Стохастическая дифференциальная геометрия нерегулярных поверхностей

Имеет место следующая

Теорема.

Пусть M — двумерная поверхность положительной кривизны, задаваемая один раз непрерывно дифференцируемой вектор-функцией $\vec{r} = \vec{r}(x^1, x^2)$. Тогда на M имеет место стохастический аналог уравнений Петерсона-Кодацци:

$$\oint_L \frac{(2(d\vec{r}(B_t^1) - \partial\vec{r}(B_t^1)dB_t^1), \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|} dB^1 =$$

$$= \iint_Q \left(\Gamma_{12}^1 \frac{(2(d\vec{r}(B_t^1) - \partial\vec{r}(B_t^1)dB_t^1), \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|} - \Gamma_{11}^2 \frac{(2(d\vec{r}(B_t^2) - \partial\vec{r}(B_t^2)dB_t^2), \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|} \right) dB^1 dB^2,$$

$$\oint_L \frac{(2(d\vec{r}(B_t^2) - \partial\vec{r}(B_t^2)dB_t^2), \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|} dB^2 =$$

$$= \iint_Q \left(\Gamma_{22}^1 \frac{(2(d\vec{r}(B_t^1) - \partial\vec{r}(B_t^1)dB_t^1), \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|} - \Gamma_{21}^2 \frac{(2(d\vec{r}(B_t^2) - \partial\vec{r}(B_t^2)dB_t^2), \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{|I|} \right) dB^1 dB^2,$$

где Γ_{ij}^k— символы Христоффеля второго рода, $B = (B^1, B^2)$ — броуновское движение, порождённое метрикой поверхности.

Литература.

1. Бакельман И.Я. Дифференциальная геометрия гладких нерегулярных поверхностей. УМН, 1956, том 11, вып. 2, стр. 67-124.

2. С.В. Анулова, А.Ю. Веретенников, Н.В. Крылов, Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев Стохастическое исчисление, Итоги науки и техн., серия Совр. проблемы математики, Фундаментальные направления, 1989, т. 45.