С. Б. Когогривова, Е. А. Пчелинцев (НИ ТГУ, Томск, Россия). **Улучшенное оценивание параметров для семейства экспоненциальных распределений.**[1]

Пусть $X = (X_1, ..., X_d)$ – вектор независимых случайных величин, распределение i-ой компоненты которого задается плотностью [1]

$$f_{\theta_i}(x) = \exp\{\theta_i b(x) - \psi(\theta_i)\}k(x)\,, \quad i = 1, ..., d\,, \tag{1}$$

$b(x_i) = \int (a(x_i))^{-1} dx_i,\ a\,, \psi\,, k$ – некоторые $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ функции, $\theta = (\theta_1, ..., \theta_d)$ – вектор неизвестных параметров из компактного множества $\Theta \subset \mathbb{R}^d$. Задача – оценить вектор θ по наблюдениям X.

Обозначим разность среднеквадратических рисков $\Delta(\theta)$ оценки максимального правдоподобия

$$\delta_0 = X \tag{2}$$

и предлагаемой смещенной оценки

$$\delta^* = \delta_0 - g(X)\,, \tag{3}$$

где $g : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ – измеримая функция.

Теорема 1. Пусть компоненты вектора X имеют плотности (1). Тогда для всех $d \geq 2$ оценка (2) доминируется оценкой (3) с $g(X) = \frac{c}{\sqrt{S}} b(X_i)$, где $S = \sum_{i=1}^{d} b^2(X_i)$, т.е. $\Delta(\theta) < 0$ для всех $0 < c < \frac{2(d-1)}{\mathbf{E}\sqrt{S}}$.

Оценка (3) в отличие от оценки типа Джеймса-Стейна из [1] позволяет контролировать ее среднеквадратический риск и оценить минимальный выигрыш в точности (см., например, [2]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] H. M. Hudson. A natural identity for exponential families with applications in multiparameter estimation // The Annals of Statistics.- 1978.- Vol. 6, No 3.- P. 473-484.

[2] Е. А. Пчелинцев. Процедура Джеймса-Стейна для условно-гауссовской регрессии // Вестник Томского государственного университета. Математика и Механика. – 2011. – № 4. – С. 6-17

[1]Работа выполнена при поддержке РНФ, проект № 20-61-47043