О вероятностном представлении резольвенты двумерного оператора Шредингера

Николаев Артем *ПОМИ РАН, Россия*, E-mail: nikolaiev.96@bk.ru

В настоящем докладе будет рассмотрено семейство случайных линейных операторов $\{\mathcal{R}_\lambda^t\}_{t\geqslant 0,\lambda\in\mathbb{C}}$, возникающее при построении вероятностного представления резольвенты двумерного оператора Шредингера $\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\,\Delta + V$. Будет показано, что с вероятностью единица операторы этого семейства являются интегральными операторами в $L_2(\mathbb{R}^2)$

$$\mathcal{R}_\lambda^t\, f(x) = \int\limits_{\mathbb{R}^2} r_\lambda^t(x,y)\, f(y)\, dy,$$

а также исследованы свойства их ядер $r_\lambda^t(x,\cdot)$.

Справедливо утверждение.

Теорема 1. 1. *Если* $\lambda\in\mathbb{C}$, $\operatorname{Re}\lambda<0$*, то при всех* $f\in L_2\left(\mathbb{R}^2\right)$ *выполнено*

$$(\mathcal{H}-\lambda\, I)^{-1}\, f(x) = \mathbf{E}\int\limits_{\mathbb{R}^2} r_\lambda^\infty(x,y)\, f(y)\, dy.$$

2. *Если* $\lambda\in\mathbb{C}\setminus\sigma(\mathcal{H})$, $\operatorname{Re}\lambda\geqslant 0$*, то при всех* $f\in L_2\left(\mathbb{R}^2\right)$ *выполнено*

$$(\mathcal{H}-\lambda\, I)^{-1}\, f(x) = (L_2)\lim_{t\to\infty}\,\mathbf{E}\int\limits_{\mathbb{R}^2} r_\lambda^t(x,y)\, f(y)\, dy.$$

3. *Если* $\lambda\in\sigma(\mathcal{H})$*, то при всех* $f\in\mathcal{D}om\,(\mathcal{H}-\lambda\, I)^{-1}$ *выполнено*

$$(\mathcal{H}-\lambda\, I)^{-1}\, f(x) = (L_2)\lim_{t\to\infty}\,\mathbf{E}\int\limits_{\mathbb{R}^2} r_\lambda^t(x,y)\, f(y)\, dy.$$

Список литературы

[1] T. Ikebe, *Eigenfunction expansions associated with the Schroedinger operators and their applications to scattering theory.* — Archive for Rational Mechanics and Analysis, volume 5, p. 1–34 (1960).

[2] Г. Ватсон, *Теория бесселевых функций.* М., ИЛ 1949.

[3] М. Ш. Бирман, М. З. Соломяк, *Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве.* Л., Изд–во Ленингр. ун-та, 1980.