Олег Витальевич Русаков, Юрий Владимирович Якубович Санкт-Петербургский государственный университет, мат-мех. **Об условном математическом ожидании процесса типа Орнштейна-Уленбека с безгранично делимым распределением**

Рассмотрим базис Леви L заданный на $\mathcal{B}_{Leb}$ — борелевских множествах $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$, имеющих конечную меру Лебега. Всякий базис Леви должен иметь безгранично-делимое распределение. Обозначим соответствующее распределение для базиса Леви L как $\mathcal{P} = \mathcal{P}(\mathrm{d}x, \mathrm{d}t)$ и предположим, что оно имеет конечное математическое ожидание $\mathbb{E}L(B) < \infty \;\; \forall B \in \mathcal{B}_{Leb}$. Определение базиса Леви и связанных с ним объектов см., напр., в [1]. Зададим на L экспоненциальный монотонный трал $A(s) = A + (0, s)$, который порождает траловый процесс $U = U(s)$, $s \geq 0$, с коэффициентом $\lambda > 0$

$$U(s) = \int_{A(s)} \mathcal{P}(\mathrm{d}x, \mathrm{d}t)\,, \quad A = \left\{(x,t) : -\infty < t \leq 0\,; \, 0 \leq x < \lambda e^{\lambda t}\right\}\,.$$

Отметим, что, если L — гауссовское поле Леви, то U есть классический процесс Орнштейна-Уленбека: стационарный, гауссовский, марковский процесс.

Каждое положение трала $A(s)$, $s \geq 0$, порождает процесс Леви X, заданный на $[0,1] \ni \tau$ и имеющий тот же закон распределения, что и $\mathcal{P}$. В частности, для A: $X(\tau) = L\left\{(x,t) : t \leq \log(\tau)/\lambda\,; 0 \leq x < \lambda e^{\lambda t}\right\}$.
Теорема. Для любого $n \in \mathbb{N}$, для любых $s > s_n > \cdots > s_1 > s_0 \geq 0$ выполнено равенство

$$\mathbb{E}\{U(s) | \, U(s_n), U(s_{n-1}), \ldots U(s_0)\} = \mathbb{E}\{U(s) | \, U(s_n)\}\,. \tag{1}$$

Доказательство теоремы основывается на анализе мостов, построенных по процессам Леви X. Заметим, что марковское свойство для U даст (1). Но марковское свойство будет выполнено только для тралового процесса, заданного на гауссовском либо пуассоновском L.

Литература.

[1] O.E. Barndorff-Nielsen, F.E. Benth, and A.E.D. Veraart *Ambit Stochastics* Springer, New York, Probability Theory and Stochastic Modelling Volume 88, 2018, 402p. https://doi.org/10.1007/978-3-319-94129-5