

В.В. Ульянов (НИУ ВШЭ и МГУ). Неасимптотический анализ приближений для MANOVA статистик

В докладе дается обзор по неасимптотическим оценкам точности приближений для распределений статистик, часто используемых в многомерном дисперсионном анализе: статистики Лоули–Хотеллинга, статистики отношения правдоподобия и статистики Бартлетта–Нанда–Пиллай, см. напр. гл.3 в книге: Fujikoshi Y.; Ulyanov V. V. *Non-Asymptotic Analysis of Approximations for Multivariate Statistics*; Springer: Singapore, 2020. Приближения даются короткими асимптотическими разложениями. В случае малой размерности наблюдений используются представления статистик в виде многомерных масштабных смесей, а также оценки ошибок в L_1 -норме. Рассмотрен также случай высокой размерности наблюдений. В частности, применение метода приближения Лапласа, обобщенного на интегралы от матрично-значных функций, приводит к теореме.

Теорема. Пусть T_{BNP} есть некоторое линейное преобразование статистики Бартлетта–Нанда–Пиллай, совпадающей по распределению с $\text{tr}[\mathbf{B}(\mathbf{B} + \mathbf{W})^{-1}]$, где \mathbf{B} и \mathbf{W} суть независимые случайные матрицы, имеющие распределения Уишарта $W_q(p, \mathbf{I}_q)$ и $W_q(m, \mathbf{I}_q)$, соответственно. Тогда

$$\mathbb{P}(T_{BNP} \leq z) = \Phi(z) - \frac{f}{\sqrt{M}}\varphi(z) + R,$$

где f определяется рассматриваемой многомерной линейной моделью и для остаточного члена R , имеющего порядок $O(M^{-1})$, указывается двусторонняя оценка в явном виде.

Подробности см. в теореме 2 в работе: Вакаки Х.; Ульянов В.В. *Разложение Лапласа для статистики Бартлетта–Нанда–Пиллай и оценка ошибки приближения*, Теория вероятн. и ее применен., 2023, т.68, вып.2.