

Якимив А. Л (Математический институт им. В.А. Стеклова, Москва)

О случайных отображениях с ограничениями на размеры компонент¹. Пусть Σ_n - полугруппа отображений множества из n элементов в себя и $\Sigma_n(A)$ - совокупность отображений из Σ_n , размеры компонент которых принадлежат множеству $A \subseteq N$. Такие объекты были рассмотрены А.Н. Тимашёвым в 2019 году [1]. Через $\pi(k)$ обозначим пуассоновскую случайную величину с параметром $k \in N$ и положим $q_k = P\{\pi(k) < k\}$.

Теорема 1. Пусть множество A имеет положительную плотность ϱ во множестве натуральных чисел, т.е., $|k : k \in A, k \leq n|/n \rightarrow \varrho$ при $n \rightarrow \infty$. Также предположим, что $|k : k \leq n, k \in A, m - k \in A|/n \rightarrow \varrho^2$ для произвольной постоянной $C \in [1, \infty)$ равномерно по $m \in [n, Cn]$. Тогда

$$|\Sigma_n(A)| = (1 + o(1)) \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(\varrho/2)} e^{c(A) - \varrho\gamma/2} n^{n - (1 - \varrho)/2} L(n),$$

где γ - постоянная Эйлера, $c(A) = \sum_{k \in N \setminus A} (1/2 - q_k)/k$ и функция $L(n)$ медленно меняется на бесконечности, причём $L(n) = \exp\left(\left(\sum_{k \in A, k \leq n} 1/k - \varrho \ln n\right)/2\right)$.

Через $\sigma_n(A)$ обозначим случайное отображение, равномерно распределённое на множестве $\Sigma_n(A)$. Далее при помощи теоремы 1, а также результата Е. Манставичюса [2] для случайных ансамблей, выводим оценку для расстояния по вариации между структурой случайного отображения $\sigma_n(A)$ и соответствующей последовательностью независимых пуассоновских случайных величин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. Н. Тимашёв, Случайные отображения с объемами компонент из заданного множества, Теория вероятн. и ее примен., 64:3 (2019), 599–609.
- [2] Manstavičius E. On total variation approximations for random assemblies. In 23rd International Meeting on Probabilistic, Combinatorial, and Asymptotic Methods for the Analysis of Algorithms: AofA'12, DMTCS Proc., pp. 97–108.

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №19-11-00111-П, <https://rscf.ru/project/19-11-00111/>.