Применение вариационных производных для анализа дифференциальных уравнений со случайными коэффициентами

Задорожний В. Г. (Воронеж, Россия).

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \varepsilon(t) A \frac{\partial y}{\partial z} + b(t, z)$$

Здесь $t \in \mathbf{R}, y : \mathbf{R} \to \mathbf{R_n}, \varepsilon$ случайный процесс, A матрица размера $n \times n$ и $b : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \to \mathbf{R_n}$ случайный векторный процесс. Предполагается, что ε и b заданы характеристическим функционалом $\psi(u, v)$ (см. [1], стр. 30).

Теорема Если функционал ψ разлагается в степенной ряд по степеням u и имеет вторую вариационную производную по переменной v, то вторая моментная функция решения задачи имеет вид

$$E[y(t,z)y_0^T(\tau,z)] = F_\xi^{-1}\psi(-\xi\chi(t_0,t)A - \xi\chi(t_0,\tau)A, 0) * E[y_0(z)y_0^T(z)] -$$

$$-i\int_{t_0}^{\tau} F_\xi^{-1}(F_z(F_\xi^{-1}(\frac{\delta\psi(-\xi\chi(t_0,t)A - \xi\chi(s,\tau)A, v)}{\delta v(s,z)}|_{v=0})) * E[y_0(z)]ds -$$

$$-i\int_{t_0}^{t} F_\xi^{-1}(F_z(F_\xi^{-1}(\frac{\delta\psi(-\xi\chi(t_0,\tau)A - \xi\chi(s,t)A, v)}{\delta v(s,z)}|_{v=0})) * E[y_0(z)]ds -$$

$$-\int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{\tau} F_\xi^{-1}(F_z(F_\xi^{-1}(F_z(\frac{\delta^2\psi(-\xi\chi(\sigma,\tau)A - \xi\chi(s,t)A, v)}{\delta v(\sigma,z)\delta v(s,z)}|_{v=0}))d\sigma ds$$

Здесь $F_z(f)$ преобразование Фурье функции f по переменной z, $F^{-1}(f)$ обратное преобразование Фурье, $\frac{\delta\psi}{\delta v(s,z)}$ вариационная производная, $\chi(t_0, t)$ функция переменной τ , равная $sign(\tau - t_0)$ при τ принадлежащем отрезку $[min\{t_0, t\}, max\{t_0, t\}]$ и равная нулю при остальных значениях τ.

Литература. 1. Задорожний В.Г. Методы вариационного анализа. - М.-Ижевск: НИЦ, Регулярная и хаотическая динамика, 2006. – 316 с.

Можно поставить пленарный доклад.