О ПРЕДЕЛЬНОМ ПОВЕДЕНИИ ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ БРОУНОВСКОГО ЛОКАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ.

СМОРОДИНА Н.В.

Пусть $w(t)$ – стандартный винеровский процесс. Через $l(t,x)$ обозначим локальное время процесса $w(\cdot)$ в точке x до момента времени t, а через $D_\alpha l(t,x)$ обозначим его дробную производную (по переменной x) порядка $\alpha \in (0, \frac{1}{2})$. Под оператором дробного дифференцирования D_α в данном случае понимается свертка с обобщенной функцией $|x|^{-1-\alpha}$. По определению $D_\alpha l(t,x) = \int_{\mathbb{R}} \frac{l(t,x-y)-l(t,x)}{|y|^{1+\alpha}}\,dy$. Из теоремы 9.1. §9 книги [1] вытекает, что для любого $T > 0$ локальное время $l(s,x)$ с вероятностью единица равномерно по $x \in \mathbb{R}$, и $s \in [0,T]$ удовлетворяет условию Гёльдера с любым показателем $\beta \in (0, \frac{1}{2})$, и, значит, дробная производная корректно определена и, более того, с вероятностью единица непрерывна по переменным t, x.

Теорема 1. *Существуют и единственные число $\mu > 0$ и строго положительная $\varphi \in L_2(\mathbb{R})$ такие, что справедливо соотношение*

$$\|G^t f - (f,\varphi)\varphi\|_2 \underset{t\to\infty}{\to} 0,$$

где оператор $G^t : L_2(\mathbb{R}) \to L_2(\mathbb{R})$ определяется как

$$G^t f(x) = e^{-\mu t}\mathbb{E} f(x - w(t)) e^{-D_\alpha l(t,x)}.$$

Список литературы

[1] А. Н. Бородин, И. А. Ибрагимов, “Предельные теоремы для функционалов от случайных блужданий”, *Тр. МИАН СССР,* **195** (1994), 3–286.

ПОМИ РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail address: smorodina@pdmi.ras.ru

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант № 22-21-00016).