

Елизарова А. Е. (МТУСИ, Москва), Соболев В. Н., Кондратенко А. Е.
(МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва).

Обобщение одного результата Б.В. Гнеденко В своей монографии [1, стр. 191] Гнеденко Б.В. сформулировал и доказал закон больших чисел. Оказывается, что данный критерий выполняется для следующего класса борелевских невозрастающих на положительной полуоси функций:

$$\mathfrak{F} = \{f : f(x) = f(-x), 0 < f(0) \leq 1, f(x) \searrow 0 \text{ при } x \rightarrow +\infty\}.$$

Пусть задана последовательность случайных величин $\{\xi_k\}_{k=1}^{\infty}$ и их частичные суммы $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$. Определим величины $\varsigma_n = (S_n - M S_n)/n$, в терминах которых ЗБЧ означает стремление ς_n к нулю по вероятности.

Теорема. В рамках описанных выше определений при $f \in \mathfrak{F}$ справедлив критерий

$$\left(\varsigma_n \xrightarrow{P} 0\right) \iff (Mf(\varsigma_n) \rightarrow f(0)).$$

Следствие. ЗБЧ в форме Гнеденко [1] получается при $f(\varsigma_n) = 1/(1 + \varsigma_n^2)$.

Замечание. Видно, что в качестве функций f можно взять х.ф. и плотности нормального распределения, распределений Лапласа, Коши, а также х.ф. из класса Пойа [2, стр. 108].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Б.В. Гнеденко Курс теории вероятностей. – М. : Наука, 1988.
- [2] Е. Лукач Характеристические функции. – М. : Наука, 1979.