

Гущин А. А. (Математический институт им. В. А. Стеклова, Москва, Россия). **О выборе канонического пространства в проблематике абсолютной непрерывности вероятностных мер<sup>1</sup>.**

Неотрицательные супермартингалы часто (но не всегда) являются (обобщенными) процессами плотности двух вероятностных мер, тогда их локальная абсолютная непрерывность эквивалентна тому, что супермартингал является мартингалом, а абсолютная непрерывность — что этот мартингал равномерно интегрируем. В работе [1] было доказано, что любой неотрицательный супермартингал  $X$  с  $EX_0 \leq 1$  представим в виде замены времени в геометрическом броуновском движении  $Z_t = \exp(W_t - t/2) =: \mathcal{E}(W)_t$ , т.е.  $\text{Law}(X) = \text{Law}(Z \circ T)$ , где  $W$  — стандартное броуновское движение (SBM),  $(T_t)$  — замена времени. Мы выбираем произведение пространств траекторий процессов  $Z$  и  $T$  в качестве канонического пространства,  $\mathbb{P} = \text{Law}(Z, T)$ . Этот выбор позволяет построить на нем вероятностную меру  $\mathbb{Q}$ , причем  $Z$  и  $Z \circ T$  будут соответственно процессом плотности и обобщенным процессом плотности  $\mathbb{Q}$  относительно  $\mathbb{P}$  относительно двух разных фильтраций. В качестве применения приведем следующее обобщение классической теоремы А. А. Новикова, в которой  $X = \mathcal{E}(L)$ , где  $L$  — непрерывный локальный мартингал и тогда, как легко видеть,  $T = \langle L \rangle$ .

**Теорема.** Если для любого  $t \geq 0$  выполнено условие  $E \exp\left(\frac{1}{2}T_t\right) < \infty$ , то процесс  $X_t = Z_{T_t}$  является мартингалом. Здесь  $T_t$  есть замена времени относительно той же фильтрации, что и SBM  $W$ , для которого  $Z = \mathcal{E}(W)$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. А. Гущин, М. А. Урусов, “Процессы, вкладывающиеся в геометрическое броуновское движение”, *Теория вероятн. и ее примен.*, **60**:2, 2015, 248–271.

---

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда, № 23-11-00375.