Соболев В. Н., Кондратенко А. Е. (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва).
Об одном представлении нормального закона

Рассмотрим [2, стр. 92, 385] функцию распределения $\Phi(x)$ стандартного нормального распределения с плотностью $\varphi(x)$ и характеристической функцией $\hat{\varphi}(x)$, многочлены Чебышёва-Эрмита $H_k(x) = (-1)^k \varphi^{(k)}(x) / \varphi(x)$.

Теорема. Функция распределения $\Phi(x)$ выражается через характеристическую функцию $\hat{u}(x)$ одновершинного распределения:

$$\Phi(x) = \Phi(0) + \varphi(0)\, x\hat{u}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x \cdot \hat{u}(x)\ , \tag{1}$$

$$\hat{u}(x) = \hat{\varphi}(x) \cdot \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{(2n+1)!!} = \sum_{n=0}^{+\infty} H_{2n}(0) \frac{x^{2n}}{(2n+1)!}\ .$$

Следствие. Функция ошибок [2, стр. 92] с точностью до умножения на $\sqrt{\frac{2}{\pi}}x$ представляет собой х. ф.: $\operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}x \cdot \hat{u}(x)$.

Замечание. Стандартные распределения Коши, Лапласа, симметричное треугольное, которые как и нормальное распределение образуют фейеровские пары [1, стр. 29], могут быть представлены в аналогичном (1) виде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] М.М. Джрбашян, Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. - М. : Наука, 1966.

[2] А.Н. Ширяев, Вероятность, том 1. - М. : МЦНМО, 2007.