

**Зотова Е. И.** (УУНиТ, Уфа, Россия). **О решениях стохастических уравнений синус-Гордона и Клейна-Гордона.**

В данной работе исследуется задача Коши для стохастического уравнения Клейна-Гордона [1] со случайной правой частью

$$u_\eta(\eta, \xi) - u_\eta(\eta, 0) = \int_0^\xi g(u(\eta, s)) * dV(s), \\ u(\eta, \xi)|_{\eta=-\xi} = \mu(\xi), \quad (u_\xi + u_\eta)|_{\eta=-\xi} = \nu(\xi), \quad \xi, \eta \in \mathbf{R},$$

где интеграл в правой части уравнения является симметричным интегралом [2] по случайному процессу  $V(\xi)$ , который обладает непрерывными реализациями с вероятностью 1. Заметим, что при замене переменных  $\eta = \frac{t-x}{2}$ ,  $\xi = \frac{t+x}{2}$  второе начальное условие примет вид  $u_t|_{t=0} = \tilde{\nu}(x)$ .

Положим  $\Phi(u) = \sqrt{\int_{u_0}^u g(y)dy}$ , где  $g(u) \neq 0$  – непрерывно дифференцируемая функция.

**Теорема.** *Решение задачи Коши  $u(\eta, \xi)$  для стохастического уравнения Клейна-Гордона можно представить в неявном виде*

$$\int_{u_1}^u [\Phi(z)]^{-1} dz = \sqrt{\frac{2}{\alpha^2 - \beta^2}} (\alpha\eta + \beta V(\xi)),$$

где  $\alpha, \beta, u_1$  – некоторые постоянные, определяемые начальными условиями.

В случае, когда  $g(u) = \sin(u)$ , удается выделить односолитонное решение уравнения синус-Гордона (кинк)

$$u(x, t) = 4 \arctan \left( \exp \left( \frac{\alpha\eta + \beta V(\xi) + \gamma}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}} \right) \right).$$

Аналогичные результаты получены для стохастического уравнения двойного синус-Гордона с шумом в правой части. В этом случае мы можем контролировать скорость движения кинка и даже останавливать его, изменяя соответствующим образом "шум".

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] V. V. Konotop, L. Vazquez, *Nonlinear Random Waves*, World Scientific Publishing, Singapore, 1994.
- [2] Ф.С. Насыров, *Локальные времена, симметричные интегралы и стохастический анализ*, ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2011.