Михайлов Михаил Дмитриевич, Санкт-Петербургский государственный университет, математико-механический факультет. **ПСИ-процесс со случайной интенсивностью, которая следует субординатору, как семимартингал.**

Рассмотрим триплет $\{(\xi), \Pi(t), \Lambda(t)\}$, $t \geq 0$, компоненты которого независимы, где $(\xi) = \{\xi_i\}_{i=0}^{+\infty}$ — последовательность н.о.р.с.в., $\Pi(t)$ — стандартный процесс Пуассона и $\Lambda(t)$ — субординатор (неотрицательный процесс Леви). *ПСИ-процессом со случайной интенсивностью, следующей субординатору* Λ, назовём случайный процесс $\psi(t) = \xi_{\Pi(\Lambda(t))}$. Рассмотрим фильтрацию $\mathbb{F}^\Lambda = \{\mathcal{F}_t^\Lambda\}_{t\geq 0}$,

$$\mathcal{F}_t^\Lambda = \sigma\{\Pi(\Lambda(s)) : 0 \leq s \leq t;\ \xi_0, \ldots, \xi_k : k \leq \Pi(\Lambda(t))\}\,.$$

Теорема 1. *Пусть* $\mathbb{E}[\xi_0] = 0$. *Тогда* $\psi(t)$ *— это специальный* $\mathbb{F}^\Lambda$*-семимартингал, компенсатор которого равен* $-\lambda_\Lambda \cdot \int_0^t \psi(\tau)d\tau$, *где константа* $\lambda_\Lambda > 0$ *зависит только от распределения* $\Lambda(1)$.

Доказательство теоремы базируется на представлении процесса $\psi(t)$ в виде $\psi(t) = \xi_0 + x * \mu_t$, где символ $*$ означает стохастический интеграл по случайной мере $\mu(dx, dt)$, которая задаётся некоторым мультивариантным точечным процессом (см. III.1.26 на стр. 222 в книге [1]). Триплет характеристик специального семимартингала ψ вычисляется и зависит от меры μ.

Если $\mathbb{E}[\Lambda(1)] < +\infty$, то локальный мартингал $M_\psi(t) = \psi(t) + \lambda_\Lambda \cdot \int_0^t \psi(\tau)d\tau$ будет просто мартингалом. Если дополнительно потребовать конечность дисперсии ξ_0, то прямое применение теоремы VIII.3.46 из книги [1] позволяет получить следующую функциональную предельную теорему для нормированных сумм независимых копий мартингала $M_\psi(t)$.

Теорема 2. *Пусть* $\mathbb{E}[\Lambda(1)] < +\infty$ *и* $\mathbb{E}[\xi_0] = 0$, $\mathbb{D}[\xi_0] = 1$. *Обозначим,* $M_\psi^{(k)}(t), k \in \mathbb{N}$ *— независимые копии мартингала* $M_\psi(t)$, $W(t)$ *— стандартный винеровский процесс. Тогда имеет место слабая сходимость распределений в пространстве Скорохода, при* $n \to \infty$,

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} M_\psi^{(k)}(t) \Rightarrow \sqrt{2 \cdot \mathbb{E}[\Lambda(1)]} \cdot W(t)\,.$$

Литература.

[1] Ж. Жакод, А. Н. Ширяев *Предельные теоремы для случайных процессов*. Москва, Издательская фирма «Физико-Математическая Литература», т. I, II, 1994