

Зорин А.В. (ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия), **О средних временах опустошения в системе поллинга с d -ограниченным обслуживанием.** Рассмотрим систему поллинга с $m < \infty$ очередями. Пусть $\tau_0 = 0$ и $\tau_i, i \geq 0$ — моменты смены состояния обслуживающего устройства (ОУ), $\Gamma_i \in \{\Gamma^{(1)}, \dots, \Gamma^{(2m)}\}$ — состояние ОУ в на промежутке $(\tau_{i-1}, \tau_i]$, $\tau_i = \tau_{i-1} + T_r$ при $\Gamma_i = \Gamma^{(r)}$, где T_1, \dots, T_{2m} — положительные константы. Далее, $\eta_{j,i}$ — число вызовов j -го потока на промежутке $(\tau_i, \tau_{i+1}]$, причем, j -й входной поток — пуассоновский поток групп с интенсивностью $\lambda_j > 0$ и распределением $g_j(b), b \geq 1$ размера группы, $\xi_{j,i}$ — число требований j -го потока насыщения на промежутке $(\tau_{j,i}, \tau_{j,i}]$, причем $\xi_{j,i}$ равно нулю при $\Gamma_{i+1} \neq \Gamma^{(2j-1)}$ и $\xi_{j,i} = \ell_j$ при $\Gamma_{i+1} = \Gamma^{(2j-1)}$, $\ell_j > 0$ — целое. Число $\kappa_{j,i}$ требований в j -й очереди в момент τ_i удовлетворяет равенству $\kappa_{j,i} = \max\{0, \kappa_{j,i} + \eta_{j,i} - \xi_{j,i}\}, i \geq 0$.

Введем поток σ -алгебр $\mathfrak{F}_i = \sigma\{\Gamma_0, \kappa_{j,0}, \eta_{i,0}, \dots, \eta_{j,i-1}\}, i \geq 0$ и случайный момент $\nu_j = \inf\{i \geq 1: \kappa_{j,i} = 0\}$. Под средним временем обнуления j -й очереди будем понимать величины $\mathbb{E}(\tau_{\nu_j} | \{\Gamma_0 = \Gamma^{(r)}, \kappa_{j,0} = x\})$, где $x = 0, 1, \dots$ и $r = 1, 2m$. Для их вычисления существенна следующая теорема.

Теорема. 1) При $|z| < 1$ последовательность $M_{j,0}(z) = z^{\kappa_{j,0}}, M_{j,i} = z^{\kappa_{j,i}} \times \sum_{k=0}^{i-1} \min\{\kappa_{j,k} + \eta_{j,k}, \xi_{j,k}\} \prod_{k=0}^{i-1} \sum_{r=1}^{2m} I(\{\Gamma_k = \Gamma^{(k)}\}) \exp\{\lambda_j T_{r \oplus 1} (1 - f_j(z))\}, i \geq 1$, является мартингалом относительно потока $\{\mathfrak{F}_i; i \geq 0\}$.

2) Для положительной возвратности цепи Маркова $\{(\Gamma_i, \kappa_{j,i}); i \geq 0\}$ необходимо и достаточно выполнения неравенства $(\lambda_j \sum_{b=1}^{\infty} b g_j(b))(T_1 + \dots + T_{2m}) < \ell_j$, откуда $\tau_{\nu_j} < \infty$ почти наверное.