А. Серикова, М.С. Тихов (ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Казахстан, Россия). **Ядерные оценки симметричной функции распределения в модели бинарного отклика.**

Пусть $\mathcal{X}^{(n)} = (X_1, \ldots, X_n)$ – независимые одинаково распределенные случайные величины с плотностью $f(x)$ и функцией распределения (ф.р.) $F(x)$, а $\mathcal{U}^{(n)} = (U_1, \ldots, U_n)$ – последовательность случайных (с ф. р. $G(x)$ и плотностью $g(x)$) или неслучайных величин, $W_j = I(X_j < U_j)$ – индикатор события $(X_j < U_j)$, который принимает значение 1 вероятностью p, где $p = F(x) = \mathbf{E}(W|U = x) = \mathbf{P}(X_j < x)$. Мы наблюдаем выборку $\mathcal{W}^{(n)} = \{(W_j, U_j), j = 1, ..., n\}$, по которой требуется построить состоятельную оценку ф. р. $F(x)$ [1].

В качестве такой оценки рассмотрим статистику

$\hat{F}_n(x) = S_2(x)/S_1(x)$,где $h = h(n)$, $hn^{1/5} = 1 + o(1)$ при $n \to \infty$,

$S_2(x) = (nh)^{-1} \sum\limits_{j=1}^{n} W_j K((x - u_j)h^{-1})$, $S_1(x) = (nh)^{-1} \sum\limits_{j=1}^{n} K((x - u_j)h^{-1})$.

В [1,2] установлено, что при некоторых условиях регулярности асимптотическое распределение нормированной разности этих оценок, в [1] – когда U_j являлись случайными, в [2] – когда неслучайными величинами (фиксированный план испытаний), имеют нормальное распределение с асимптотической дисперсией $\sigma^2(x) = F(x)(1 - F(x))\,||K||^2$, где $||K||^2 = \int_{-\infty}^{\infty} K^2(x)\,dx$. В настоящем сообщении мы рассматриваем фиксированный план испытаний, причем $\{u_1, u_2, ..., u_n\}$ есть последовательность Ван дер Корпута [3] и предполагаем, что функция распределения случайной величины X является симметричной относительно нуля, т.е. $F(x) = 1 - F(-x)$, $x \in \mathbf{R}$. В качестве оценки неизвестной функции распределения возьмем

$$F_n^*(x) = \frac{1}{2}(S_2(x) + 1 - S_2(-x)), \quad \text{поэтому}$$

$$\mathbf{E}(F_n^*(x)) = F(x) + \frac{h^2}{2}\mu_2(K) f'(x) + O(h^4), \quad \mathbf{D}(F_n^*(x)) = \sigma_0^2(x)(1 + o(1))/\sqrt{nh},$$

где $\sigma_0^2(x) = \sigma^2(x)/2$, $\mu_2(K) = \int\limits_{-1}^{1} z^2\, K(z)\, dz$, если $f^{(\mathrm{iv})}(x)$ ограничена для $x \in \mathbf{R}$.

Теорема. *Пусть выполнены условия теоремы* 4.2.1 [1]. *Тогда*

(i) $F_n^*(x) \xrightarrow[n\to\infty]{p} F(x)$, (ii) $\sqrt{nh}(F_n^*(x) - \mathbf{E}(F_n^*(x)) \xrightarrow[n\to\infty]{d} N(0, \sigma_0^2(x))$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] M. S. Tikhov, *Statistical estimation based on interval censored data*, Parametric and semiparametric models with applications to reliability, survival analysis and quality of life, Stat. Ind. Technol., Birkhauser Boston, Inc., Boston, MA, 2004, 211-218.

[2] M. Tikhov, D. Krishtopenko, M. Yaroschuk, Estimation of distributions under dose-effect dependence with fixed experiment plan, *Journal Math. Sciences*, **220**:6 (2017), 753-762.

[3] H. Niderreiter, *Random number generation and quasi-Monte Carlo method*, SIAM, Philadelphia, 1992, 241 p.