Абдрахманов С. И. (УУНиТ, Уфа, Россия). **Об одном методе построения решений одномерных стохастического и детерминированного нелинейных уравнений теплопроводности и горения**

Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ задан случайный процесс $V(t)$, $t \in [0, T]$, с непрерывными траекториями. Исследуется задача Коши для стохастического нелинейного уравнения теплопроводности и горения:

$$\begin{gathered} d(u(x,t))_t = [(k(u(x,t),x,V(t))u_x(x,t))_x + h(u(x,t),x,V(t))]dt \\ +q(u(x,t),x) * dV(t), \quad u(x,0) = u_0(x), \quad (x,t) \in \mathbf{R} \times [0,T], \end{gathered} \tag{1}$$

где последний интеграл в правой части равенства есть симметричный интеграл [1] по процессу $V(t)$.

Определим функцию $\Phi(z,x) = \int_0^z \frac{dy}{q(y,x)}$. Пусть $G = G(V(t)+f(x),x)$, $f(x) \in C^2(\mathbf{R})$, где $G(\cdot,x)$ есть функция, обратная к функции $\Phi(z,x)$ при каждом фиксированном x. Введём функции:

$\alpha(f(x),x,V(t)) = k(G,x,V(t)) \cdot q(G,x)$;

$\beta(f(x),x,V(t)) = \alpha_f(f,x,V(t))|_{f \equiv f(x)}$;

$\gamma(f(x),x,V(t)) = \alpha_x(f(x),x,V(t)) - \beta(f(x),x,V(t)) \cdot \Phi_x(G,x) - \alpha(f(x),x,V(t)) \cdot \Phi_{Gx}(G,x) \cdot G_\phi(\phi,x)|_{\phi \equiv V(t)+f(x)}$;

$\eta(f(x),x,V(t)) = h(G,x,V(t)) - \alpha_x(f(x),x,V(t)) \cdot \Phi_x(G,x) - \alpha(f(x),x,V(t)) \cdot \Phi_{Gx}(G,x) \cdot G_x(V(t)+f(x),x) - \alpha(f(x),x,V(t)) \cdot \Phi_{xx}(G,x)$.

Множество гладких функций порядка n_1, n_2, n_3, по первой, второй и третьей переменным соответственно на множестве $X_1 \times X_2 \times X_3$ обозначим $C^{n_1,n_2,n_3}(X_1 \times X_2 \times X_3)$.

Для задачи (1) справедлива

Теорема. *Пусть выполнены условия:*

1. Функция $k(z,x,v) \in C^{1,1,0}([0,+\infty) \times \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R})$, $k(z,x,v) \geq 0$ *для всех* z,x,v*;*

2. Функция $h(z,x,v) \in C^{0,0,0}([0,+\infty) \times \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R})$*;*

3. Функция $q(z,x) \in C^{1,1}([0,+\infty) \times \boldsymbol{R})$, $q(z,x) > 0$*, для всех* z,x*;*

4. Функция $1/q(z,x)$ *локально интегрируема по переменной* z *при каждом фиксированном* x*;*

5. Функция $u_0(x) \in C^2(\boldsymbol{R})$, $u_0(x) \geq 0$*, для любого* x*.*

Если функция $f = f(x) \in C^2(\boldsymbol{R})$ *есть решение задачи Коши*

$$\begin{gathered} \alpha(f(x),x,V(t))f''(x) + \beta(f(x),x,V(t))(f'(x))^2 \\ +\gamma(f(x),x,V(t))f'(x) + \eta(f(x),x,V(t)) = 0, \quad G(f(x),x) = u_0(x), \end{gathered}$$

то функция $u = u(x,V(t)) = G(V(t)+f(x),x)$, $u(x,v) \in C^{2,1}(\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{R})$*, является решением задачи Коши* (1).

Замечания

1. При $V(t) = t$ предложенная теорема применима к решению задачи Коши: $u_t = (k(u,x,t)u_x)_x + h(u,x,t) + q(u,x), \quad u(x,0) = u_0(x)$.

2. Получены новые точные решения частных случаев задачи Коши (1).

3. В работе [2] предложены методы решения задач Коши для уравнения $u_t = (k(u)u_x)_x + g(u)$, при различных вариантах воздействия шума на правую часть.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ф.С. Насыров, *Локальные времена, симметричные интегралы и стохастический анализ*, ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2011.

[2] S.I. Abdrakhmanov, F.S. Nasyrov, *On Nonlinear Heat-Conduction Equations with a Random Right Part*, Lobachevski Journal of Mathematics, 2024, vol.45, No. 6, p.2641-2650.