

Ватутин В.А., Дьяконова Е.Е. (Математический институт им. В.А.Стеклова РАН, Москва, Россия), Хусанбаев Я.М. (Институт математики им. В.И.Романовского АН Узбекистана, Ташкент, Узбекистан) Малые уклонения критических процессов Гальтона-Ватсона с бесконечной дисперсией

Рассматривается ветвящийся процесс Гальтона-Ватсона $\{Z(n), n \geq 0\}$, начинающийся с одной частицы нулевого поколения. Обозначим $f(s) = \mathbf{E}s^\xi$ производящую функцию числа непосредственных потомков ξ одной частицы. Положим $f_0(s) = s$ и введем итерации функции $f(s)$ при помощи соотношений

$$f_n(s) = f(f_{n-1}(s)), n = 1, 2, \dots$$

Теорема 1 Предположим, что закон распределения числа потомков частиц удовлетворяет условиям

$$\mathbf{E}\xi = 1, f(s) = s + (1-s)^{1+\alpha} L(1-s), \quad 0 \leq s \leq 1, \quad (1)$$

где $\alpha \in (0, 1)$, а $L(z)$ —функция, медленно меняющаяся при $z \downarrow 0$. Если $\varphi(n)$, $n = 1, 2, \dots$, такая детерминированная функция, что

$$\varphi(n) \rightarrow \infty \quad \text{и} \quad n^{-1}\varphi(n) \rightarrow 0$$

при $n \rightarrow \infty$, то

$$\mathbf{P}(0 < (1 - f_{\varphi(n)}(0))Z(n) \leq 1) \sim \frac{1 - f_n(0)}{\alpha n} \frac{1}{\Gamma(1 + \alpha)} \varphi(n).$$