**М. В. Бурнашев**

# О ФУНКЦИИ КОНЦЕНТРАЦИИ ОДНОЙ СУММЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН, СВЯЗАННЫХ С ДВОИЧНЫМ СИММЕТРИЧНЫМ КАНАЛОМ

Рассмотрим независимые, одинаково распределенные двоичные $n$-векторы $\boldsymbol{x}_j$, $j = 1,\ldots,M$. При этом каждая координата каждого $n$-вектора $\boldsymbol{x}_j$ выбирается независимо и равна нулю или единице с вероятностью $1/2$. Обозначим через $w_j = w(\boldsymbol{x}_j)$, $j = 1,\ldots,M$ вес (т.е. число единиц) двоичного $n$-вектора $\boldsymbol{x}_j$. Для $z > 0$ рассмотрим случайную сумму

$$S(z,M,n) = \sum_{j=1}^{M} z^{w_j(n)}, \qquad z > 0. \tag{1}$$

Суммы типа $S(z,M,n)$ из (1) возникают в теории информации при исследовании оптимальных характеристик двоичного симметричного канала $\mathrm{BSC}(p)$ с переходной вероятностью $0 < p < 1/2$, а также в некоторых задачах теории поиска и планировании экспериментов. Насколько известно автору, функции распределения (концентрации) случайных сумм $S(z,M,n)$ ранее не исследовались. При этом желательно, чтобы описания функций распределения случайных величин $S(z,M,n)$ были неасимптотическими по $z,M,n$

Т е о р е м а 1. *Для* $0 < z < 1$ *и* $A = z^{bn}$ *справедливы следующие границы:*

1) *Если* $0 \le b \le 1/2$, *то*

$$\frac{1}{Mn}\ln \mathbf{P}\{S(z,M,n) \ge Mz^{bn}\} = h(b) - \ln 2 + r_1(b,n), \tag{2}$$

*где*

$$\begin{gathered} -\frac{\ln(n+1)}{n} - \frac{1}{n}\ln\frac{1-b}{b} - \frac{1}{2n^2 b(1-b)} \le r_1(b,n) \le \frac{\ln(n+1)}{n}, \\ h(x) = -x\ln x - (1-x)\ln(1-x), \quad 0 \le x \le 1. \end{gathered} \tag{3}$$

2) *Если* $1/2 \le b \le 1$, *то*

$$\frac{1}{Mn}\ln \mathbf{P}\{S(z,M,n) \le Mz^{bn}\} = \ln 2 - h(b) + r_2(b,n), \tag{4}$$

*где*

$$-\frac{\ln(n+1)}{n} - \frac{1}{n}\ln\frac{1-b}{b} - \frac{1}{2n^2 b(1-b)} \le r_2(b,n) \le \frac{\ln(n+1)}{n}. \tag{5}$$

*Бурнашев Марат Валиевич*
Высшая школа современной математики МФТИ.
`marat.burnashev@mail.ru`