

МКСМ–10

Кафедре теории вероятностей – 90 лет

«Моделирование опционов кэп и флор на RUONIA и ключевую ставку Банка России»

Айсылу Фарвазова, МИАН, к.ф.-м.н.

В настоящее время Банк России перешел от политики управления валютным курсом к политике управления инфляцией. Чтобы сдерживать инфляцию фокус внимания ЦБ сосредоточен на ключевой ставке. Еще более актуальным стал вопрос управления процентным риском – риском изменения финансовых результатов компании в случае колебания процентных ставок в экономике. Чтобы реализовать механизмы управления процентным риском стал естественным вопрос запуска новых инструментов на Московской бирже – кэп, флор и коллар. Работа посвящена моделированию ценообразования опционов кэп и флор на ключевую ставку с арифметическим усреднением и на ставку RUONIA, которая вычисляется как сложная процентная ставка.

Приведем теорему для ценообразования кэплета с помощью модели Hull-White (см. [1,3]) для усредненной ключевой ставки для случая $t_0 \leq T_{j-1} < T_j$, где t_0 – дата оценивания опциона, T_{j-1} – дата начала действия опциона, T_j – дата экспирации опциона.

Теорема. Формула для ценообразования кэплета в случае арифметического усреднения базовой ставки $A(T_{j-1}, T_j)$ с помощью модели Hull-White:

$$C_{AA}^{HW}(t_0, A_j(t_0), K, T_{j-1}, T_j) = \frac{P(t_0, T_j)}{\tau_j} \left(\tau_j (A_j(t_0) - K) N(d) + \sigma \sqrt{T(a, t_0, T_{j-1}, T_j)} \phi(d) \right), \quad (1)$$

где $\tau_j = T_j - T_{j-1}$ – период усреднения, K – страйк, $P(t_0, T_j)$ – дисконт-фактор, $A_j(t_0)$ – форвард в момент времени t_0 , $\sigma = \hat{\sigma}_{implied}^{normSABR}(K, t_0, T_{j-1}, T_j)$ – параметризация волатильности (см. [2,4]), $\sigma^2 T(a, t_0, T_{j-1}, T_j)$ – вариация, $d = \frac{\tau_j (A_j(t_0) - K)}{\sigma \sqrt{T(a, t_0, T_{j-1}, T_j)}}$, $N(\cdot)$, $\phi(\cdot)$ – функция и плотность распределения стандартной нормальной величины, параметр калибровки a – скорость возврата к среднему.

Работа носит практический характер и может быть полезной при моделировании ценообразования процентных опционов в финансовых организациях.

Литература.

1. *Brigo Damiano, Fabio Mercurio*, Interest rate models theory and practice with smile, inflation and credit. // Springer finance, 2nd ed., Berlin, 2006.
2. *Patrick Hagan, Deep Kumar, Andrew Lesniewski, Diana Woodward* Managing smile risk. // Wilmott, №1, pp. 84-108, 2002.
3. *Takahiro Hasegawa*, Caplet Formulae for Backward-Looking Term Rates with Hull-White Model. // Working paper, 2021.
4. *Sander Willems*, SABR smiles for RFR caplets. // Risk.net, 2021.