

Муравлёв А. А., Якимив А. Л (Математический институт им. В.А. Стеклова, Москва)

Асимптотические свойства некоторых случайных величин, определяемых через моменты остановки броуновского движения.

В работах [1] и [2] были найдены выражения для преобразований Лапласа некоторых моментов остановки броуновского движения со сносом (связанных с падением и ростом процесса). Однако, они являются достаточно громоздкими и сложными для дальнейшего анализа. Тем не менее, как недавно доказано первым автором, их изучение может быть сведено к исследованию трех семейств случайных величин, преобразование Лапласа которых имеет гораздо более простой вид:

$$\mathbf{E}e^{-\lambda X^a} = \frac{a\sqrt{2\lambda}}{\operatorname{sh}(a\sqrt{2\lambda})},$$

$$\mathbf{E}e^{-\lambda Y^{a,y}} = \frac{a \operatorname{sh}(y\sqrt{2\lambda})}{y \operatorname{sh}(a\sqrt{2\lambda})},$$

$$\mathbf{E}e^{-\lambda Z^{a,z}} = e^{z/a} e^{-z\sqrt{2\lambda} \operatorname{cth}(a\sqrt{2\lambda})},$$

где $a > y > 0$, $z > 0$. Имеет место следующее утверждение.

Теорема.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \log P\{X_a > t\}/t = \lim_{t \rightarrow +\infty} \log P\{Y_{a,y} > t\}/t = -\pi^2/2a^2,$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \log P\{Z_{a,z} > t\}/t = -z\pi^2/a^3.$$

При доказательстве теоремы существенно используется тауберова теорема 2 из [3] и критерий 1 из [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Муравлёв, А. А. О моментах остановки, связанных с падением и ростом броуновского движения со сносом. Успехи математических наук 63, 6 (2008), 171–172.
- [2] Муравлёв, А. А. О моментах остановки, связанных с падением и ростом броуновского движения со сносом. Теория вероятностей и ее применения 55, 3 (2010), 615.
- [3] Nakagawa K. Application of Tauberian theorem to the exponential decay of the tail probability of a random variable. | IEEE Trans. Inform. Theory, 2007, v. 53, ü 9, p. 3239-3249.
- [4] Benaim, S; Friz, P. Smile asymptotics. II: Models with known moment generating functions. (English) J. Appl. Probab. 45, No. 1, 16-32 (2008)