

**Зорин А. В.** (ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия), **Об одном свойстве моментов скачков неоднородного процесса Пуассона с периодической интенсивностью.** Пусть  $\{\eta(t); t \geq 0\}$  — неоднородный процесс Пуассона с ведущей функцией  $\mathbb{E}(\eta(t)) = \Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s) ds$ , такой что мгновенная интенсивность  $\lambda(t)$  обладает свойством:  $\lambda(t+\tau) = \lambda(t)$  для некоторого  $\tau > 0$  и всех  $t \geq 0$ . Не уменьшая общности, положим  $\tau = 1$ . Пусть, далее,  $T_0 = 0$  и  $T_n$  — момент  $n$ -го скачка процесса  $\{\eta(t); t \geq 0\}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Пусть  $\{\cdot\}$  обозначает дробную часть числа, указанного в скобках.

**Теорема 1.** *Последовательность  $X_n = \{T_n\}$ ,  $n = 0, 1, \dots$  является возвратной по Харрису общей цепью Маркова [1] с переходной плотностью  $p(u, v)$ , принимающей значение  $(1 - e^{-\Lambda(1)})^{-1} \lambda(v) \exp\{-(\Lambda(1+v) - \Lambda(u))\}$  при  $0 \leq v \leq u \leq 1$  и значение  $(1 - e^{-\Lambda(1)})^{-1} \lambda(v) \exp\{-(\Lambda(v) - \Lambda(u))\}$  при  $0 \leq u < v \leq 1$ . Тогда стационарное распределение цепи Маркова  $\{X_n; n = 0, 1, \dots\}$  имеет плотность  $\lambda(u)/\Lambda(1)$ ,  $0 \leq u \leq 1$ .*

На основании этого свойства дробных частей моментов скачков можно строить критерии согласия, непараметрические критерии на принадлежность семейству обыкновенных процессов Пуассона, а также оценивать неизвестную функцию интенсивности  $\lambda(t)$  и ведущую функцию  $\Lambda(t)$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .

**Теорема 2.** *Пусть даны натуральное  $r$  и точки  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_r = 1$ . Введем обозначение  $\Delta_j = (\Lambda(t_j) - \Lambda(t_{j-1}))(\Lambda(1))^{-1}$ . Рассмотрим эмпирический процесс  $w_n(t) = \sqrt{n}(\sum_{i=1}^n I(X_i < t) - \Lambda(t)(\Lambda(1))^{-1})$ ,  $0 \leq t \leq 1$ . Тогда распределение вектора  $(w_n(t_1) - w_n(t_0), w_n(t_2) - w_n(t_1), \dots, w_n(t_r) - w_n(t_{r-1}))$  сходится при  $n \rightarrow \infty$  к  $r$ -мерному нормальному вектору с нулевым вектором средних и ковариационной матрицей  $\Sigma = (\sigma_{j,k})_{j,k=\overline{1,r}}$ , в которой  $\sigma_{j,j} = \Delta_j(1 - \Delta_j)$  и  $\sigma_{j,k} = -\Delta_j \Delta_k$  при  $j \neq k$ .*

Неоднородные процессы Пуассона с периодической интенсивностью находят разнообразные применения и статистические выводы о них являются актуальным полем исследований (см. [2]).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Нумеллин Э. Общие неприводимые цепи Маркова и неотрицательные операторы. М.: Мир, 1989.
- [2] Kutoyants Yu. A. Introduction to the statistics of Poisson processes and applications. Springer, 2023.