Афанасьев В.И. (Москва, Россия). **Граничные задачи для случайного блуждания в случайной среде.**

Пусть $\{X_k,\ k \geq 0\}$ – случайное блуждание в случайной среде, причем среда – последовательность независимых одинаково распределенных случайных векторов (p_i, q_i), $i \in \mathbf{Z}$, где $p_0 + q_0 = 1$, $p_0 > 0$, $q_0 > 0$. По определению это означает, что при фиксированной случайной среде последовательность $\{X_k,\ k \geq 0\}$ является дискретной марковской цепью, выходящей из нуля, с множеством состояний $\mathbf{Z}$ и переходными вероятностями p_{ij}, такими что $p_{i,i+1} = p_i$, $p_{i,i-1} = q_i$, $i \in \mathbf{Z}$.

Предположим, что

$$\mathbf{E} \ln \frac{q_0}{p_0} = 0, \qquad \mathbf{E} \ln^2 \frac{q_0}{p_0} := \sigma^2, \qquad \sigma^2 \in (0, +\infty)\,. \tag{1}$$

Положим $T_n = \min\{k \in \mathbf{N} : X_k = n\}$, где $n \in \mathbf{Z}$. Случайная величина $\ln T_n$ хорошо изучена. В частности, для нее установлены предельные теоремы при $n \to \infty$ как в случае выполнения условия (1), так и в случае, когда величина $\mathbf{E} \ln^2 (q_0/p_0)$ бесконечна (см., например, [1]).

Рассмотрим двуграничную задачу о моменте первого выхода последовательности $\{X_k,\ k \geq 0\}$ из интервала $(-\lfloor an \rfloor, \lfloor bn \rfloor)$, где $a, b > 0$. Справедливы следующие результаты (см. [2]).

Теорема 1. *Если выполнено условие* (1) *и* $a, b > 0$, *то*

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}\left(T_{\lfloor bn \rfloor} < T_{-\lfloor an \rfloor}\right) = \frac{2}{\pi} \arctan \sqrt{a/b}.$$

Рассмотрим для $x, y > 0$ и $k, l \in \mathbf{Z}$ треугольник

$$S_{k,l}(x, y) = \left\{(u, v) \in \mathbf{R}^2 : u/x + v/y \leq k + l + 1,\ u \geq kx,\ v \geq ly\right\}.$$

Положим $G(x, y) = \bigcup_{k,l\in\mathbf{Z}} S_{4k,2l+1}(x, y)$, $D(x, y) = \bigcup_{k,l\in\mathbf{Z}} S_{4k+2,2l+1}(x, y)$. Пусть ξ_1, ξ_2 – независимые случайные величины со стандартным нормальным распределением. Положим

$$F(x, y) = \mathbf{P}((\xi_1, \xi_2) \in G(x, y)) - \mathbf{P}((\xi_1, \xi_2) \in D(x, y))\,.$$

Теорема 2. *Если выполнено условие* (1) *и* $a, b > 0$, *то при всех* $x > 0$

$$\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}\left(\frac{\ln T_{\lfloor bn \rfloor}}{\sigma\sqrt{n}} < x \;\middle|\; T_{\lfloor bn \rfloor} < T_{-[an]}\right) = 2\pi \frac{F\left(x/\sqrt{b}, x/\sqrt{a}\right)}{\arctan\left(\sqrt{a/b}\right)}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Афанасьев В.И.* О времени достижения высокого уровня случайным блужданием в случайной среде, Теория вероятн. и ее примен., 2012, т. 57, в. 4, с. 625-648.
2. *Афанасьев В.И.* Двуграничная задача для случайного блуждания в случайной среде, Теория вероятн. и ее примен., 2018, т. 63, в. 2.

Работа подготовлена при поддержке программы Президиума РАН N 01 "Фундаментальная математика и ее приложения"(грант PRAS-18-01).