Гликлих Ю.Е. (Воронеж, Россия). **Исследование полноты стохастических потоков, порожденных уравнениями с текущими скоростями.**

Доклад является совместным с Т.А. Щичко. Основной целью доклада является нахождение условий (достаточных и необходимых и достаточных) для полноты стохастического потока, порожденного уравнением, заданным в терминах так называемых текущих скоростей (симметрических производных в среднем по Нельсону).

Предварительные сведения имеются в [1 - 4].

Пусть на $\mathbb{R}^n$ заданы борелевские векторное поле $v(t,x)$ и поле симметрических неотрицательно определенных матриц $\alpha(t,x)$. Уравнением с текущими скоростями (симметрическими производными в среднем по Нельсону) называется система в $\mathbb{R}^n$ вида

$$\begin{cases} D_S\xi(t) = a(t,\xi(t)) \\ D_2\xi(t) = \alpha(t,\xi(t) \end{cases} \tag{1}$$

где D_S – симметрическая проиводная в среднем (текущая скорость), а D_2 – квадратичная производная в среднем. В [5] показано, что если a и α гладки, удовлетворяют вместе в первыми производными поля α оценкам типа Ито, α положительно определены и начальное значение решения является случайной величинаой, у которой плотность гладка и нигде не равна нулю, то (1) имеет решение, определенное при $t \in [0,\infty)$. Нашей целью являются получение условий существования решения при $t \in [0,\infty)$ (полнота потока) без выполнения оценок типа Ито.

Напомним, что функция $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ называется собственной, если ее прообраз лобого относительно компактного множества в $\mathbb{R}$ является относительно компактным в $\mathbb{R}^n$.

Теорема 1 *Пусть существует гладкая положительная собственная функция* φ *на* $\mathbb{R}^n$ *такая, что* $\mathcal{L}(t,x)\varphi < C$ *для некоторого* $C > 0$ *при всех* $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^n$, *где* $\mathcal{L}$ – *генератор потока* $\xi(s)$. *Тогда поток* $\xi(s)$ *полон.*

Теорема 2 *Пусть на* $\mathbb{R}^n$ *имеется гладкая положительная собственная функция и такая, что* $\tilde{\mathcal{L}}u < C$ *для некоторой костанты* $C > 0$, *где* $\tilde{\mathcal{L}}$ – *генератор обратного потока* $\tilde{\eta}(t)$. *Тогда прямой поток* $\eta(t)$ *непрерывен на бесконечности на* $[0,T]$.

Введем прямое произведение $\mathbb{R}^n_+ = [0,T] \times \mathbb{R}^n$.

Теорема 3 *Для того, чтоы одновременно прямой поток* $\xi(s)$, *и обратный поток* $\tilde{\xi}(s)$, *порожденные уравнением (1), были непрерывны на бесконечности и полны на* $[0,T]$, *необходимо и достаточно, чтобы на* $\mathbb{R}^n_+$ *существовали положительные гладкие собственные функции* $u(t,x)$ *и* $\tilde{u}(t,x)$ *такие,что выполнячются неравенства* $(\frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{A})u < C$ *и* $(-\frac{\partial}{\partial t} + \tilde{\mathcal{A}})\tilde{u} < \tilde{C}$ *для некоторых положительных констант* C *и* $\tilde{C}$, *где* $\mathcal{A}$ *и* $\tilde{\mathcal{A}}$ – *генераторы прямого и обратного потока, соответственно.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nelson E.* Derivation of the Schrödinger equation from Newtonian mechanics, Phys. Reviews, 1966, vol. 150, no. 4, pp. 1079-1085
2. *Nelson E.* Dynamical theory of Brownian motion, Princeton University Press, Princeton,1967, 114 p.
3. *Nelson E.* Quantum fluctuations, Princeton University Press, Princeton, 1985, 146 p.
4. *Gliklikh Yu.E.* Global and stochastic analysis with applications to mathematical physics, Springer-Verlag, London, 2011, 460 p.
5. *Азарина С.В., Гликлих Ю.Е.* О разрешимости неавтономных стохастических дифференциальных уравнений с текущими скоростями, Мат. заметки, 2016, том 100, № 1, с. 3 – 12.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 18-01-00048).