

Тихомиров А.Н. (Сыктывкар, Россия). **Локальные предельные теоремы для случайных матриц.**

В настоящем докладе будет дан обзор последних результатов по локальным предельным теоремам для различных ансамблей случайных матриц, включая вигнеровские матрицы, выборочные ковариационные матрицы, матрицы Жинибра – Гирко и их произведения.

Существенный прогресс в этой области был достигнут буквально в последнее десятилетие, во многом благодаря работам группы авторов под руководством Яо (Yao Н.-Т.) и Эрдёша (Erdős L.), см. работы [5–8]. Основной проблемой является исследование поведения преобразования Стилтеса эмпирического спектрального распределения (ЭСР) эрмитовой случайной матрицы большой размерности на комплексной плоскости вблизи вещественной оси, когда расстояние до вещественной оси с точностью до логарифмического множителя обратно пропорционально размерности матрицы n . Оценки близости преобразования Стилтеса ЭСР матрицы к преобразованию Стилтеса соответствующего предельного распределения (в случае вигнеровских матриц — это полукруговой закон, в случае выборочных матриц — закон распределения Марченко – Пастура) имеют порядок $(nv)^{-1} \log^\beta n$, где v - расстояние до вещественной оси на комплексной плоскости, β - некоторая величина, возможно зависящая от n , но растущая не быстрее, чем $\log \log n$. Подобные оценки позволяют получить информацию о локальном поведении спектра случайной матрицы, т. е. о распределении в малой окрестности фиксированной точки, найти предельное распределение для так называемых спэйсингов, т.е. расстояний между соседним собственными значениями, оценить близость собственных чисел к соответствующим квантилям предельного распределения (жесткость спектра) и т. д. В работах автора совместно с Ф. Гётце, А. Наумовым и Д. Тимушевым основной упор делается на разработку методов, позволяющих получать оценки порядка $O((nv)^{-1} \log^\beta n)$ при минимальных моментных предположениях и с оптимальным порядком β . Соответствующие результаты приведены в работах [1–4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гётце Ф., Наумов А., Тимушев Д., Тихомиров А. Локальный полукруговой закон при слабых моментных ограничениях, Доклады АН, 468 (2016), no. 1, 12–15.
2. F. Götze, A. Naumov, A. Tikhomirov, D. Timushev On the Local Semicircular Law for Wigner Ensemble. Bernoulli, vjl. 24 N 3 (2018), 2358 – 2400.
3. Götze F., Naumov A., Tikhomirov A. On the Local Law for non-Hermitian Random Matrices. arXiv:1708.06950
4. Гётце Ф., Наумов А., Тихомиров А. Локальный полукруговой закон при моментных условиях: преобразование Стилтеса, жесткость, делокализация. Теория вероятн. и применен. том 62, вып.1 (2017), стр. 72 – 103
5. Erdős L., Yau Н.-Т. A dynamical approach to random matrix theory. Courant Lecture Notes in Mathematics, 28. Courant Institute of Mathematical Sciences, New York; American Mathematical Society, Providence, RI, 2017. ix+226 pp.
6. Bourgade P., Erdős L., Yau Н.-Т., Yin J. Universality for a class of random band matrices. Adv. Theor. Math. Phys. 21 (2017), no. 3, 739–800.
7. Bourgade P., Yau Н.-Т., Yin J. Local circular law for random matrices. Probab. Theory Related Fields 159 (2014), no. 3-4, 545–595
8. Эрдёш Л. Универсальность вигнеровских матриц: обзор современных результатов. УМН том 66б N 3(399), стр. 67-198