Афанасьев В.И. (Москва, Россия). **Функциональные предельные теоремы для разложимых ветвящихся процессов с двумя типами частиц.**

Рассмотрим ветвящийся процесс Гальтона-Ватсона с двумя типами частиц. Предположим, что частица первого типа порождает потомков обоих типов, причем в одинаковых количествах, а частица второго типа порождает потомков только своего типа.

Пусть $\varphi(\cdot)$ и $\psi(\cdot)$ – производящие функции неотрицательных целочисленных случайных величин ξ и η. Предположим, что максимальный шаг распределения случайной величины ξ равен 1. Кроме того, предположим, что $\mathbf{E}\xi = 1$, $\mathbf{Var}\xi :=\sigma_1^2 \in (0,\infty)$ и $\mathbf{E}\eta = 1$, $\mathbf{Var}\eta :=2b_2 \in (0,\infty)$.

Введем производящие функции для потомства частицы первого или второго типов соответственно рассматриваемого ветвящегося процесса: при $s_1, s_2 \geq 0$

$$f_1(s_1,s_2) = \varphi(s_1 s_2), \qquad f_2(s_1,s_2) = \psi(s_2);$$

обозначим ξ_n и η_n количества частиц первого и второго типов соответственно в n-ом поколении рассматриваемого ветвящегося процесса. Предполагается, что $\xi_0 = 1$ и $\eta_0 = 0$. Положим $\Sigma_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n$.

Зададим случайные процессы: $\left\{l_0^+(t),\ t \geq 0\right\}$ – локальное время броуновской экскурсии, а $\{Y(t),\ t \geq 0\}$ – феллеровская диффузия. Положим $S = \int_0^\infty Y(b_2 t)\,dt$ и введем плотности вероятностей при $y > 0$

$$p_1(y) = \frac{\mathbf{P}^{(1)}\left(\sqrt[4]{S} > y\right)}{\mathbf{E}^{(1)}\sqrt[4]{S}}, \qquad p_2(y) = \frac{2}{\mathbf{E}^{(1)}\sqrt[4]{S}} \frac{\mathbf{P}^{(1)}\left(\sqrt[4]{S} > y^{-1/2}\right)}{y^{3/2}}$$

(верхний индекс при $\mathbf{P}$ и $\mathbf{E}$ означает, что $Y(0) = 1$).

Теорема 1. *При* $N \to \infty$

$$\left\{ \frac{\xi_{\lfloor t\sqrt[4]{N} \rfloor}}{\sqrt[4]{N}},\ t \geq 0 \;\middle|\; \Sigma_2 > N \right\} \xrightarrow{D} \left\{ \frac{\sigma_1}{2\nu} l_0^+\left(\frac{\sigma_1}{2} t\nu\right),\ t \geq 0 \right\},$$

где ν *– случайная величина с плотностью вероятностей* p_1, *не зависящая от процесса* $\left\{l_0^+(t),\ t \geq 0\right\}$, *а символ* $\xrightarrow{D}$ *означает сходимость по распределению в* $D[0,\infty)$.

Теорема 2. *При* $N \to \infty$

$$\left\{ \frac{\eta_{\lfloor t\sqrt{N} \rfloor}}{\sqrt{N}},\ t > 0 \;\middle|\; \Sigma_2 > N \right\} \xrightarrow{D} \{Y(b_2 t),\ t > 0 \mid S > 1\},$$

причем случайная величина $Y(0)$ *имеет плотность вероятностей* p_1, *а символ* $\xrightarrow{D}$ *означает сходимость по распределению в* $D(0,\infty)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Афанасьев В.И.* О разложимом ветвящемся процессе с двумя типами частиц, Тр. МИАН, 2016, т. 294, с. 7–19.
2. *Афанасьев В.И.* Функциональная предельная теорема для разложимого ветвящегося процесса с двумя типами частиц, Матем. заметки, 2018, т. 103, в. 3., с. 323–335.