**Данекянц А. Г., Неумержицкая Н. В.** (Ростов-на-Дону, Россия). **О рациональных и иррациональных интерполяционных мартингальных мерах.**

Данный доклад является продолжением работ [1,2] и связан с вопросом существования невырожденных слабо интероляционных мартингальных мер (н.с.и.м.м.) одношагового рынка с дисконтированной ценой акции $Z = (Z_k, \mathcal{F}_k)_{k=0}^1$ (определение н.с.и.м.м. можно найти в [1,2]). Процесс $Z$ определен на счетном пространстве исходов $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$; $\mathcal{F}_0 = \{\Omega, \varnothing\}$, $\mathcal{F}_1$ — множество всех подмножеств $\Omega$; $a := Z_0$, $b_i := Z_1(\omega_i)$, $i = 1, 2, \dots$, $\mathbf{b} := (b_1, b_2, \dots)$. Предполагается, что рассматриваемый рынок безарбитражен, то есть допускает мартингальные меры $P = (p_1, p_2, \dots)$ на $(\Omega, \mathcal{F}_1)$, для которых $p_i = P(\omega_i) > 0$, $i = 1, 2, \dots$, и процесс $Z = (Z_k, \mathcal{F}_k, P)_{k=0}^1$ является мартингалом.

Ненулевую последовательность $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots)$ будем называть финитной, если ее компоненты рациональны и среди них лишь конечное число ненулевые. Для последовательности действительных чисел $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots)$ обозначим через $\mathcal{L}(\mathbf{d})$ совокупность чисел вида $\sum r_i d_i$, где $\mathbf{r}$ пробегает все финитные последовательности.

**Теорема.** 1. Пусть число $a$ иррационально, а последовательность $\mathbf{b}$ содержит бесконечное число различных рациональных чисел. Если $a \notin \mathcal{L}(\mathbf{b})$, то исходный рынок допускает н.с.и.м.м.

2. Пусть число $a$ и все члены последовательности $\mathbf{b}$ рациональны. Если мартингальная мера $P = (p_1, p_2, \dots)$ такова, что $\mathcal{L}(\mathbf{P})$ состоит лишь из иррациональных чисел, то $P$ есть н.с.и.м.м.

Первый пункт теоремы является обобщением результата из [2]. Пункт 2 теоремы подкрепим следующим примером.

**Пример.** Пусть последовательность положительных чисел $\mathbf{d}$ такова, что $\mathcal{L}(\mathbf{d})$ состоит лишь из иррациональных чисел (например, если число $t$ трансцендентно, то последовательность $(t, t^2, t^3 \dots)$ обладает этим свойством). Находим последовательность $(c_1, c_2, \dots)$ положительных рациональных чисел такую, что $\sum c_i d_i = 1$. Полагаем $p_i = c_i d_i$. Пусть $a$ — произвольное рациональное число. Находим последовательность рациональных чисел $\mathbf{b}$ такую, что $\sum b_i p_i = a$. Тогда $P = (p_1, p_2, \dots)$ является н.с.и.м.м.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Pavlov I. V.* New family of one-step processes admitting special interpolating martingale measures. Global and Stochastic Analysis, 2018, vol. 5, № 2, pp. 111-119.
2. *Danekyants A. G., Neumerzhitskaia N. V.* Generalization of a result on the existence of weakly interpolating martingale measures. Theory Probab. Appl., 2019, vol. 64, № 1, pp. 134-135.



Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-01-00451).