Димитров Д.В. (Москва, Россия) — **Статистическое оценивание дивергенции Кульбака-Лейблера.**

Рассмотрим н.о.р. случайные векторы $X_1, X_2, \ldots,$ и н.о.р. случайные векторы $Y_1, Y_2, \ldots,$ такие, что $law(X_1) = law(X)$ и $law(Y_1) = law(Y)$, где X и Y – случайные векторы, принимающие значения в пространстве $\mathbb{R}^d$, $d \geq 1$ и имеющие распределения P_X and P_Y соответственно. Предположим, что X и Y имеют плотности $p = \frac{d\mathsf{P}_X}{d\mu}$ и $q = \frac{d\mathsf{P}_Y}{d\mu}$ относительно меры Лебега μ. Пусть векторы $\{X_i, Y_i, i \in \mathbb{N}\}$ являются независимыми. Исследуются оценки дивергенции Кульбака-Лейблера $D(\mathsf{P}_X || \mathsf{P}_Y) = \int_{\mathbb{R}^d} p(x) \log\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \mu(dx)$, построенные по выборкам $\mathbb{X}_n := \{X_1, \ldots, X_n\}$ и $\mathbb{Y}_m := \{Y_1, \ldots, Y_m\}$, $n, m \in \mathbb{N}$ с использованием статистик ближайших соседей. Аналоги таких статистик впервые были предложены в работе [2]. Отметим, что предыдущие доказательства асимптотических свойств этих оценок содержали некорректные выкладки, как это было отмечено, например, в [3]. Нами предложены широкие условия, которые гарантируют асимптотическую несмещенность и L^2-состоятельность оценок дивергенции. В частности, установленные асимптотические свойства верны для оценок дивергенции Кульбака-Лейблера между любыми двумя гауссовскими мерами в $\mathbb{R}^d$ с невырожденными ковариационными матрицами. В качестве следствий получены новые результаты, касающиеся оценок Козаченко-Леоненко дифференциальной энтропии Шеннона (см., например, [1]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bulinski, A., Dimitrov, D.* (2019). Statistical estimation of the Shannon entropy. *Acta Mathematica Sinica. English series.* **35**, 17–46.
2. *Kozachenko, L.F., Leonenko, N.N.* (1987). Sample estimate of the entropy of a random vector. *Problems of Information Transmission*, **23**, 9–16.
3. *Pál, D., Póczos, B., Szepesvári C.* (2010). Estimation of Rényi entropy and mutual information based on generalized nearest-neighbor graphs. *In: NIPS'10 Proceedings of the 23rd International Conference on Neural Information Processing Systems, Vancouver, British Columbia, Canada (December 06 - 09, 2010)*, 1849–1857.

Работа выполнена при поддержке гранта МГУ им.М.В.Ломоносова "Современные проблемы фундаментальной математики и механики".