Кузнецов Д. Ф. (Санкт-Петербург, Россия). **Сильная аппроксимация повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича.**

Данная работа продолжает исследования начатые в [1] по построению эффективных методов среднеквадратической аппроксимации повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича, применяемых при численном решении СДУ Ито.

Теорема. *Пусть* $\psi_1(\tau),\ldots,\psi_k(\tau)$ *— непрерывные на* $[t,T]$ *функции,* $\phi_j(\tau)$ *— полный ортонормированный полиномиальный или тригонометрический базис в* $L_2([t,T])$ *и* $i_1,\ldots,i_k=0,1,\ldots,m$. *Тогда* $I^k_{T,t}=\text{l.i.m.}_{p_1,\ldots,p_k\to\infty}I^{p_1\ldots p_k}_{T,t}$ $(k\in\mathbf{N})$, $J^k_{T,t}=\text{l.i.m.}_{p\to\infty}J^{k,p}_{T,t}$ $(k\le 5)$, *причем* $\mathbf{E}(I_{T,t}-I^{p_1\ldots p_k}_{T,t})^2\le k!(\|K\|^2-\sum_{j_1}^{p_1}\ldots\sum_{j_k=0}^{p_k}C^2_{j_k\ldots j_1})$ $\forall T-t\in(0,1)$, *где*

$$I^k_{T,t}=\int_t^T\psi_k(t_k)\ldots\int_t^{t_2}\psi_1(t_1)d\mathbf{W}^{(i_1)}_{t_1}\ldots d\mathbf{W}^{(i_k)}_{t_k},\ J^k_{T,t}=\int_t^T\ldots\int_t^{t_2}\circ d\mathbf{W}^{(i_1)}_{t_1}\ldots\circ d\mathbf{W}^{(i_k)}_{t_k},$$

$$I^{p_1\ldots p_k}_{T,t}=\sum_{j_1=0}^{p_1}\ldots\sum_{j_k=0}^{p_k}C_{j_k\ldots j_1}\left(\prod_{\ell=1}^k\zeta^{(i_\ell)}_{j_\ell}-\underset{N\to\infty}{\text{l.i.m.}}\sum_{(\ell_1,\ldots,\ell_k)\in G_k}\prod_{s=1}^k\phi_{j_s}(\tau_{\ell_s})\Delta\mathbf{W}^{(i_s)}_{\tau_{\ell_s}}\right),$$

$$J^{k,p}_{T,t}=\sum_{j_1,\ldots,j_k=0}^{p}C_{j_k\ldots j_1}\prod_{\ell=1}^k\zeta^{(i_\ell)}_{j_\ell},\ C_{j_k\ldots j_1}=\int_{[t,T]^k}K(t_1,\ldots,t_k)\prod_{\ell=1}^k\phi_{j_\ell}(t_\ell)dt_1\ldots dt_k,$$

$\|\cdot\|$ *— норма в* $L_2([t,T]^k)$, d *и* $\circ d$ *— дифференциалы Ито и Стратоновича соответственно,* $K(t_1,\ldots,t_k)=I\{t_1<\ldots<t_k\}\psi_1(t_1)\ldots\psi_k(t_k)$, $\mathbf{W}^{(i)}_\tau$ $(i=1,\ldots,m)$ *— независимые стандартные винеровские процессы,* $\mathbf{W}^{(0)}_\tau=\tau$, $\Delta\mathbf{W}^{(i)}_{\tau_j}=\mathbf{W}^{(i)}_{\tau_{j+1}}-\mathbf{W}^{(i)}_{\tau_j}$, $\zeta^{(i)}_j=\int_t^T\phi_j(\tau)d\mathbf{W}^{(i)}_\tau$ $(i\ne 0)$ *— н.о.р.* $\mathrm{N}(0,1)$*-случайные величины,* $t=\tau_0<\ldots<\tau_N=T$, $\max_{0\le j\le N-1}(\tau_{j+1}-\tau_j)\to 0$ *при* $N\to\infty$, $H_k=\{(\ell_1,\ldots,\ell_k):\ell_1,\ldots,\ell_k=0,1,\ldots,N-1\}$, $L_k=\{(\ell_1,\ldots,\ell_k):\ell_1,\ldots,\ell_k=0,1,\ldots,N-1;\ell_g\ne\ell_r(g\ne r);g,r=1,\ldots,k\}$, $G_k=H_k\backslash L_k$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузнецов Д.Ф.* Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения. Электр. журн. "Дифф. уравн. и процессы управления 2018, № 4, с. A.1–A.1073. http://diffjournal.spbu.ru/RU/numbers/2018.4/article.2.1.html