Лыков А.А., Малышев В.А., Меликян М.В. (Москва, Россия) — **Проблемы устойчивости для бесконечной цепочки осцилляторов.**

Мы рассматриваем бесконечное число точечных частиц $... < x_k < x_{k+1} < ..., k \in Z$, на R (бесконечная цепочка осцилляторов) с формальным гамильтонианом:

$$H = \sum_k \frac{v_k^2}{2} + \frac{\omega_0^2}{2} \sum_k (x_k - ka)^2 + \frac{\omega_1^2}{2} \sum_k (x_{k+1} - x_k - a)^2, a > 0,$$

$$y = \{y_k(t) = x_k(t) - ka\},\ v(t) = \{\dot{y}_k = \dot{x}_k\}, \quad M(t) = \sup_{k \in \mathbb{Z}} |y_k(t)|.$$

Далее представлены результаты касательно стабильности (в l_∞) их фиксированных точек (точки, где энергия системы равна 0) при различных возмущениях.

Теорема 1. Пусть $y(0)$, $v(0) \in l_2(\mathbb{Z})$, тогда:

1. Если $\omega_0 > 0$, то $\sup_{t \geqslant 0} M(t) < \infty$.
2. Если $\omega_0 = 0$, то для всех $t \geqslant 0$ верно:

$$M(t) \leqslant \frac{2}{\sqrt{\omega_1}} ||v(0)||_2 \sqrt{t} + ||y(0)||_2$$

однако, для любого $\delta > 1/2$ существуют начальные условия $y(0) = 0$, $v(0) \in l_2(\mathbb{Z})$ такие, что (здесь Γ - гамма-функция) $\lim_{t \to \infty} \frac{y_0(t)}{\sqrt{t}} \ln^\delta t = \Gamma(\delta) > 0$.

Теорема 2. Если $\omega_0 = 0$ и $v(0) = 0$, то:

1. Если $y(0) \in l_\infty(\mathbb{Z})$, то для всех $t \geqslant 0$: $M(t) \leqslant \left(c\sqrt{t} + 2\right) M(0)$, для некоторой константы $c \geqslant 0$.
2. Если $y_k(0)$, $k \in \mathbb{Z}$ - н.о.р. сл.величины, ограниченные по k с вероятностью 1 (т.е. $\sup_k |y_k(0)| < \infty$ п.н.), то для всех $n \in \mathbb{Z}$: $\mathrm{P}(\limsup_{t \to \infty} y_n(t) = +\infty) = \mathrm{P}(\liminf_{t \to \infty} y_n(t) = -\infty) = 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lykov A.A., Malyshev V.A., Melikian M.V.* Phase diagram for one-way traffic flow with local control. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2017, vol. 486, 2017, pp. 849–866.
2. *Lykov A.A., Malyshev V.A.* From the N-Body Problem to Euler Equations. Russian Journal of Mathematical Physics, 2017, vol. 24, pp. 79–95.