

Мелкумова Л. Э. (Самара, Россия). **Simplified PCC и воспроизводимость условных квантилей.**

Pair copula construction (PCC) представляет собой иерархический способ построения многомерных вероятностных распределений с использованием двумерных копул, который стал широко применяться в прикладных задачах с конца 1990-х годов. Определение PCC, а также ее упрощенного варианта – simplified PCC – можно посмотреть, например, в [1]. В основе PCC – представление 3-мерного условного распределения через двумерные условные распределения с помощью соединительной копулы:

$$F_{12|3}(x_1, x_2|x_3) = C_{12|3}(F_{1|3}(x_1|x_3), F_{2|3}(x_2|x_3); x_3).$$

При этом функция распределения для тройки  $(X_1, X_2, X_3)$  предполагается абсолютно непрерывной со строго монотонными маргинальными распределениями. Конструкция для случая, когда функция  $C_{12|3}$  не зависит от  $x_3$ , называется simplified PCC, а предположение о независимости от  $x_3$  – упрощающим предположением (simplifying assumption). В настоящей работе показано, что упрощающее предположение для PCC эквивалентно свойству воспроизводимости условных квантилей для 3-мерного условного распределения  $F_{1|23}(x_1|x_2, x_3)$ .

$$q_{1|23}^{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}(q_{2|3}^{(x_2^0, x_3^0)}(x_3), x_3) = q_{1|3}^{(x_1^0, x_3^0)}(x_3),$$

где  $q_{i|j}^{(\mathbf{x}^0)}(\mathbf{x}_j)$  – условные квантили, проходящие через точку  $\mathbf{x}^0$ . Свойство воспроизводимости условных квантилей и его вариант – «полная» воспроизводимость – подробно рассматриваются в [2], где также приводятся примеры распределений, обладающих воспроизводимостью условных квантилей, и дается необходимое условие полной воспроизводимости, связанное с дифференциальным уравнением Пфаффа специального вида. Настоящая работа также устанавливает связь между копулами, соответствующими различным парам случайных величин в тройке  $(X_1, X_2, X_3)$  в случае полной воспроизводимости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stober J., Joe H., Czado C.* Simplified pair copula constructions – Limitations and extensions. *Journal of Multivariate Analysis*, 119 (2013), pp. 101–118
2. *Shatskikh S.Ya., Melkumova L.E.* Reducing the sample size when estimating conditional quantiles. *CEUR Workshop Proceedings*, 1638 (2016), pp. 769–781