Насыров Ф.С. (Уфа, Россия). **О сильных решениях стохастических дифференциальных уравнений.**

Пусть $W(t)$ – винеровский процесс на вероятностном пространстве (Ω, F, P), согласованный с потоком $(F_t)_{t\in[t_0,T]}$. Обозначим через Q сигма-алгебру предсказуемых множеств, а через $B(D)$, $D \subseteq R^n$, сигма-алгебру борелевских множеств из D. В работе найдены новые условия существования сильных решений стохастических дифференциальных уравнений и их детерминированных аналогов.

1. Обыкновенное дифференицальное уравнение со случайной правой частью вида $y' = f(t, W(t), y + W(t)), \quad t \in [t_0, T], \quad y(t_0) = y_0$, где $f(t, v, y) = f(t, v, y, \omega)$ – $Q \times B(R^2)$-измеримая случайная функция, обладает сильным решением, если с $P = 1$

$$|f(t, v, y)| \leq n(t), \text{ где } n(t) = n(t, \omega) \text{ суммируема по } t. \tag{1}$$

2. Пусть $X(s)$ – произвольная непрерывная функция и выполнены следующие условия: (a) уравнение $(\varphi^*)'_v = \sigma(t, v, \varphi^*)$, допускает общее решение $\phi^*(t, v, C(t))$; (b) измеримая функция $f(t, y) = \frac{B(t,X(t),\varphi^*(t,X(t),y)) - (\varphi^*)'_t(t,X(t),y)}{\sigma(t,X(t),\varphi^*(t,X(t),y))}$ удовлетворяет неравенству (1) с неслучайной функцией $n(t)$. Тогда существует решение $\xi(t) = \phi^*(t, X(t), C(t))$ уравнения с симметричным интегралом

$$\xi(t) - \xi(t_0) = \int_{t_0}^{t} \sigma(s, X(s), \xi(s)) * dX(s) + \int_{t_0}^{t} B(s, X(s), \xi(s))\, ds. \tag{2}$$

3. Если с вероятностью 1 справедливы предположения предыдущего утверждения с борелевской функцией $\sigma(t, u, \varphi)$ и $Q \times B(R^2)$-измеримой функцией $B(t, u, \varphi, \omega)$, то существует сильное решение уравнения Стратоновича вида (2) с $X(s)$, замененным на $W(s)$.

4. Пусть дано уравнения Ито $d\xi(t) = \sigma(s, W(s), \xi(s))dW(s) + B(s, W(s), \xi(s))\, ds.$, $\xi(0) = \xi_0$. Если справедливы предположения пункта 3 и непрерывная функция $\sigma(t, u, \varphi)$ имеет непрерывные частные производные $\sigma'_u(t, u, \varphi)$ и $\sigma'_\varphi(t, u, \varphi)$, то существует сильное решение уравнения $\xi(t) = \phi^*(t, W(t), C(t))$ и случайная функция $\phi(t, W(t)) \equiv \phi^*(t, W(t), C(t))$ с вероятностью 1 удовлетворяет соотношению
$\phi'_t(t, W(t)) = -\frac{1}{2}\phi''_{uu}(t, W(t)) + b(t, W(t), \phi(t, W(t))), \quad t \in [t_0, T]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Насыров Ф. С.* Локальные времена, симметричные интегралы и стохастический анализ. М.: Физматлит, 2011. – 212 с.