Павлов И. В., Цветкова И. В. (Ростов-на-Дону, Россия) **Интерполяционные дефляторы и интерполяционные мартингальные меры.**

Хорошо известно, что на безарбитражных финансовых (B,S)-рынках при фиксированной физической вероятности Q существует взаимно-однозначное соответствие между мартингальными мерами (м.м.), эквивалентными Q, и мартингальными (относительно Q) дефляторами (м.д.). Если (B,S)-рынок определен на не более чем счетном вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, Q)$, то для построения хеджирующих портфелей оказалось полезным рассматривать "наиболее справедливые"м.м., названные нами интерполяционными [1,2]. Соответствующие им дефляторы мы также называем интерполяционными. Поясним это определение на одношаговой модели.

Пусть $(\mathcal{F}_k)_{k=0}^1$ — фильтрация на Ω: $\mathcal{F}_0 = \{\Omega, \emptyset\}$, $\mathcal{F}_1$ — множество всех подмножеств счетного Ω, имеющих (кроме $\emptyset$) строго положительную Q-вероятность. Пусть $Z = (Z_k, \mathcal{F}_k, Q)_{k=0}^1$ — дисконтированная цена акции, а $H = (H_k, \mathcal{F}_k, Q)_{k=0}^1$ — строго положительный м.д. с $H_0 = 1$. Зафиксируем индексируемое параметром α некоторое семейство интерполирующих фильтраций $\mathbf{F} = \{\mathbf{F}^\alpha\}$, где $\mathbf{F}^\alpha = (\mathcal{F}_n^\alpha)_{n=0}^\infty$ и для каждого индекса α выполняются равенства: $\mathcal{F}_0^\alpha = \mathcal{F}_0$, $\mathcal{F}_\infty^\alpha = \mathcal{F}_1$. Рассмотрим следующие мартингальные интерполяции исходного дефлятора: $H_n^\alpha = E^Q[H_1 \mid \mathcal{F}_n^\alpha]$, $n = 0, 1, 2, \ldots$. С другой стороны, пусть P — $\mathbf{F}$ -интерполяционная м.м. процесса Z, то есть при каждом α процесс $Z_n^\alpha = E^P[Z_1 \mid \mathcal{F}_n^\alpha]$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ допускает единственную м.м. (а именно, только меру P). Если в исходной модели P соответствует H (т.е. $dP = H_1 dQ$), то из обобщенной формулы Байеса вытекает, что $H_n^\alpha Z_n^\alpha = E^Q[H_1 Z_1 \mid \mathcal{F}_n^\alpha]$ при каждом α, то есть H_n^α является м.д. процесса Z_n^α. Так как P есть единственная м.м. процесса Z_n^α, то H_n^α — единственный м.д. этого процесса. Из проведенных рассуждений вытекает следующее

Предложение. М.д. H процесса Z, соответствующий м.м. P, является интерполяционным тогда и только тогда, когда он удовлетворяет следующему свойству единственности: $\forall \alpha$ процесс H_n^α является единственным мартингальным дефлятором процесса Z_n^α.

В докладе в терминах параметров процесса Z и свойств физической меры Q будут даны условия существования интерполяционных дефляторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Павлов И.В., Шамраева В.В., Цветкова И.В.* О существовании мартингальных мер, удовлетворяющих ослабленному условию несовпадения барицентров, в случае счётного вероятностного пространства. Теория вероятностей и её применения, 2016, т. 61, № 1, с. 173–181.
2. *Pavlov I.V.* New family of one-step processes admitting special interpolating martingale measures. Global and Stochastic Analysis, 2018, vol. 5, № 2, pp. 111-119.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-01-00451).