Родионов И.В. (Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия). **О параметрическом оценивании хвостов распределений.**

Настоящий доклад посвящен задаче параметрического оценивания хвостов распределений. Задача оценивания хвоста распределения является центральной для статистики экстремумов последовательностей независимых случайных величин. Общепринятым для данной теории является семипараметрический подход, основанный на теореме Пикандса-Балкема-де Хаана (см. [1], [2]), в рамках которого задача оценивания хвоста распределения сводится к вычислению оценки так называемого индекса экстремального значения (подробнее см. [3]). Упомянутый подход хорошо себя зарекомендовал в случае, когда хвост распределения является степенным, что характерно для финансовых и страховых задач. Однако, с помощью данного подхода невозможно различить распределения, хвосты которых убывают экспоненциально, [4]. Кроме того, условия теоремы Пикандса-Балкема-де Хаана не выполнены для большого класса распределений, в частности, для распределений с логарифмическими хвостами. Поэтому возникла необходимость предложить общий метод оценивания хвоста распределения, не основанный на этой теореме и который может быть применен для большинства важных для практики распределений.

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ – независимые одинаково распределенные случайные величины с непрерывной функцией распределения F. Обозначим через $X_{(1)} \le \ldots \le X_{(n)}$ вариационный ряд выборки $\mathbf{X}$. Очевидно, только наибольшие порядковые статистики могут быть использованы в задаче оценивания хвоста распределения. Предположим, что F принадлежит параметрическому семейству непрерывных хвостов распределений $\mathcal{F} = \{F_\theta, \theta \in \Theta\}$, $\Theta \subset \mathbb{R}$. Как выбирать подходящее параметрическое семейство в рамках данной задачи, см. [4], [5]. Рассмотрим следующую статистику

$$R_{k,n}(\theta) = \ln(1 - F_\theta(X_{(n-k)})) - \frac{1}{k} \sum_{i=n-k+1}^{n} \ln(1 - F_\theta(X_{(i)})).$$

Тогда предлагаемая нами оценка параметра θ

$$\widehat{\theta}_{k,n} = \arg\{\theta : \ R_{k,n}(\theta) = 1\}$$

состоятельна при $k \to \infty, k/n \to 0, n \to \infty$ и некоторых слабых условиях, наложенных на параметрическое семейство $\mathcal{F}$, [6].

В настоящем докладе мы обсудим свойства предложенного метода, а именно единственность решения уравнения $R_{k,n}(\theta) = 1$, состоятельность и асимптотическая нормальность оценки $\widehat{\theta}_{k,n}$, а также модификацию метода для оценивания вейбулловского и лог-вейбулловского хвостового индекса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Balkema A.A., de Haan L.* Residual life time at great age. Ann. Probab., 1974, vol. 2., pp. 792—804.
2. *Pickands III J.* Statistical inference using extreme order statistics. Ann. Statist., 1975, vol. 3, pp. 119–131.
3. *Ferreira A., de Haan L.* Extreme value theory. An introduction. Springer, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, New York, 2006.
4. *Rodionov I.V.* On discrimination between classes of distribution tails. Probl. Inform. Transm., 2018, vol. 54, № 2, pp. 124–138.
5. *Rodionov I.V.* A discrimination test for tails of Weibull-type distributions. Theory Probab. Appl., 2018, vol. 63, № 2, pp. 327–335.
6. *Rodionov I.* On parametric estimation of distribution tails. 4th ISNPS, Salerno, Italy, June, 2018, in print.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 19-01-00090).