Смородина Н.В. (Санкт-Петербург, Россия). **Отражающиеся процессы Леви и отвечающие им семейства линейных операторов.** Рассматриваются одномерные марковские процессы специального вида, которые являются процессами Леви, принимающими значения на интервале (для определенности — на интервале $[0, \pi]$) и отражающимися от граничных точек. Неформально поведение такого процесса может быть описана следующим образом. У нас есть исходный процесс, к которому мы добавим некоторый дополнительный механизм отражения от границы интервала. Именно, процесс стартует из точки $x \in [0, \pi]$ и движется по своей траектории, пока не достигнет границы интервала. В момент достижения границы процесс упруго отражается от нее, оставляя на ней "скачок импульса", и продолжает двигаться дальше. Скачки импульса в каждой точке границы с течением времени накапливаются. Так как траектории процессов Леви нигде не дифференцируемы, или даже имеют чисто скачкообразные траектории, то понятие отражения от границы в данном случае требует строгого определения. Стандартный способ определения отражения непрерывной негладкой траектории связан с решением так называемой задачи Скорохода. Так как траектории рассматриваемых нами процессов не обязательно имеют непрерывные траектории, то для построения отражающегося процесса мы воспользуемся другим подходом, основанном на использовании идеологии теории обобщенных функций. Опишем основные идеи указанного подхода. Пусть $\xi(t),\ \xi(0) = 0$ — процесс Леви, а $\xi_x(t) = x + \xi(t)$. Начальную функцию f мы будем рассматривать как основную функцию и, как это принято в теории обобщенных функций, операцию отражения переносим на нее, заменяя ее некоторой новой функцией $\widetilde{f}$, в которую мы подставляем уже исходный процесс $\xi_x(t)$. Далее мы полагаем по определению (правая часть определяет левую) $\mathbf{E} f(\widetilde{\xi_x}(t)) = \mathbf{E}\widetilde{f}(\xi_x(t))$. Построенный процесс $\widetilde{\xi_x}(t)$ обладает марковским свойством, поэтому таким образом мы определяем все конечномерные распределения.

Мы рассматриваем семейство отражающихся в вышеуказанном смысле процессов $\widetilde{\xi_x}(t),\ x \in [0, \pi]$. Эволюция отражающихся процессов описывается двумя семействами операторов $R^t,\ Q^t$. Первое семейство является полугруппой операторов из $L_2[0, \pi]$ в $L_2[0, \pi]$ и описывает эволюцию вероятностного распределения внутри интервала. Элементы второго семейства также удобно рассматривать как операторы, действующие на функции, заданные на границе интервала (то есть на множестве, состоящем из точек 0 и π), и переводящие их в функции из $L_2[0, \pi]$. Это семейство операторов описывает эволюцию среднего накопленного импульса в точках границы. Для рассмотренных процессов Леви можно определить не только средний накопленный импульс, но и "индивидуальный" накопленный (в точках границы) импульс каждой траектории, который мы также будем трактовать как случайный оператор $\mathcal{Q}^t(\xi(\cdot))$, зависящий уже от траектории исходного процесса, так, что для любой функции g выполнено $(Q^t g)(x) = \mathbf{E}[\mathcal{Q}^t(\xi(\cdot))g](x)$. Случайный накопленный импульс является неотрицательным аддитивным функционалом от траектории процесса. У отражающегося винеровского процесса рост накопленного импульса локализован на границе интервала (т.е. увеличение происходит только в моменты выхода процесса на границу), и может быть выражен через локальное время отражающегося винеровского процесса на границе. Для скачкообразных процессов Леви такой локализации нет даже в случае существования локального времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *G.A.Brosamler* A probabilistic solution of the Neumann problem. Math.Scand.,1976, v.38, pp. 137-147.
2. *Sato K., Tanaka H.* Local times on the boundary for multi-dimensional reflecting diffusion. Proc. Japan Acad.,1962, v.38, pp. 699–702.
3. *Ибрагимов И.А., Смородина Н.В., Фаддеев М.М.* Одна конструкция отражающихся процессов Леви. ДАН, 2019, т.484, вып.5.

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант 17-11-01136).