

Тихов М. С., Гришин В. А. (ННГУ, Нижний Новгород, Россия). **Простой метод уменьшения смещения непараметрической оценки функции распределения.**

Данная работа продолжает исследование, рассмотренное в [1], [2] по оцениванию функции распределения в зависимости «доза-эффект». Именно, пусть $\mathcal{U}^{(n)} = \{(U_i, W_i)\}_{i=1}^n$ есть выборка пары (U, W) , где $W_i = I(X_i < U_i)$ – индикатор события $(X_i < U_i)$ и последовательности $(U_i)_{1 \leq i \leq n}$ и $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$ являются независимыми. Пара (X, U) имеет совместную функцию распределения $F(x)G(u)$ и плотность $f(x)g(u)$. Нас интересует оценка функции распределения $F(x)$ случайной величины X по выборке $\mathcal{U}^{(n)}$. В качестве такой оценки $F(x)$ обычно берется статистика $\hat{F}_n(x) = S_{2n}(x)/S_{1n}(x)$, $S_{2n}(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^n W_i K_h(x - U_i)$, $S_{1n}(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K_h(x - U_i)$, $\mathbf{W} = (W_1, \dots, W_n)^T$, $K_h(x) = h^{-1}K(h^{-1}x)$, $h = h(n)$ есть параметр сглаживания. Определим диагональную матрицу $\mathbf{A} = \text{diag}\{K_h(x - U_1), \dots, K_h(x - U_n)\}$, и октаэдрическую норму $\|\mathbf{x}\| = \sum_{j=1}^n |x_j|$ вектора $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$, а также норму оператора $\|\mathbf{A}\| = \sup_{\|\mathbf{x}\|=1} \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|$. Зададим $\mathbf{A}_k = \mathbf{I} - (\mathbf{I} - \mathbf{A})^k$, $\hat{S}_{2n}^{(k)}(x) = \mathbf{A}_k \mathbf{W}$, $\|\mathbf{I} - \mathbf{A}\| = \lambda$. Для $n \rightarrow \infty$ имеем: $0 < \lambda < 1$, т.е. оператор $\mathbf{I} - \mathbf{A}$ является сжимающим, поэтому при $k \rightarrow \infty$ оценка $\hat{S}_{2n}^{(\infty)}(x)$ будет несмещенной оценкой функции $F(x)g(x)$ и при $n \rightarrow \infty$, $\mathbf{D}(\hat{S}_{2n}^{(k)}(x)) \sim \frac{F(x)g(x) \|K\|_2^2}{nh}$. Аналогично устраняется смещение оценки для $g(x)$ на основе статистики $S_{1n}(x)$, а, значит, и для оценки $\hat{F}_n(x)$. В докладе также рассмотрен метод стохастической аппроксимации (СА) построения оценки для функции распределения $F(x)$. Доказана асимптотическая нормальность построенной СА-оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихов М.С. Фурье-метод рекурсивного оценивания функции распределения в зависимости доза-эффект. Теор. вер. и ее прим., 2019, т. 64, №1, с. 198–199.
2. Тихов М.С. Фурье-метод рекурсивного оценивания функции распределения в зависимости доза-эффект. Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика, 2018, №4, с. 31–49.