Ульянов В.В. (Москва, Россия), **Кристоф Г.** (Магдебург, Германия), **Монахов М.М.** (Москва, Россия) **Асимптотические разложения распределений статистик на выборках случайного размера.**

В приложениях часто размер выборки не определен заранее и может считаться случайным. В [1] показано, что асимптотические характеристики статистики могут радикально измениться, когда неслучайный объем выборки заменяется случайной величиной. В докладе для распределений выборочных среднего и медианы на выборках случайного размера специального вида рассмотрены разложения типа Чебышева–Эджворта и Корниша–Фишера второго порядка (см.[2]) на базе t-распределения Стьюдента и распредедения Лапласа и их квантилей, с использованием общей теоремы переноса (см.[3]), позволяющей получать асимптотические разложения для функций распределения статистик по выборкам случайного объема из асимптотических разложений для функции распределения случайного объема выборки и асимптотических разложений для функций распределения статистик по выборкам неслучайного объема.

Пусть случайные величины (с.в.) $X, X_1, X_2, \ldots \in \mathbf{R}$ и $N_1, N_2, \ldots \in \mathbf{N}$ заданы на одном вероятностном пространстве $(\Omega, \mathbf{A}, \mathbf{P})$. В статистике с.в. $X_1, X_2, \ldots$ имеют смысл наблюдений, а с.в. N_n – случайного объема выборки, зависящего от натурального параметра $n \in \mathbf{N}$. Предположим, что при каждом $n \in \mathbf{N}$ с.в. $N_n \in \mathbf{N}$ независима от последовательности с.в. $X_1, X_2, \ldots$. Пусть $T_m := T_m(X_1, \ldots, X_m)$ есть статистика с неслучайным размером выборки $m \in \mathbf{N}$. Положим $T_{N_n}(\omega) := T_{N_n(\omega)}\left(X_1(\omega), \ldots, X_{N_n(\omega)}\right)$, $\omega \in \Omega$, т.е. T_{N_n} — это статистика, построенная на основе T_m по выборке случайного объема N_n. Например, возьмем в качестве T_m выборочную медиану. Пусть функция распределения N_n для натуральных k имеет вид $(k/(1+k))^n$, что соответствует тому, что N_n есть максимум из n независимых с.в. с некоторым дискретным распределением Парето. Тогда можно получить неасимптотические приближения второго порядка как для распределения N_n (см. [4]), так и для T_m (см.[5]) при некоторых условиях на регулярность плотности с.в. X_1. Далее, используя уточненную теорему переноса (см.[5]), приходим к неравенству $\sup_x |F(T_{N_n}, x) - L(n, x)| \le c/n^{-3/2}$, где $F(T_{N_n}, x)$ – функция распределения нормированной выборочной медианы T_{N_n} и $L(n, x)$ – приближение второго порядка по степеням $n^{-1/2}$ с предельной функцией в виде распределения Лапласа с плотностью $\exp\{-\sqrt{2}\,|x|\}/\sqrt{2}$. Другие возможные статистики T_m и их приближения см. в [7], гл.13–16, включая случай данных высокой размерности. Формулировки и доказательства всех представленных в докладе результатов см. в [4–6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гнеденко Б.В.* Об оценке неизвестных параметров распределения при случайном числе независимых наблюдений, Труды Тбилисского математического института им. А.М. Размадзе, 1989, т. 92, 146–150.
2. *Ulyanov V.V., Aoshima M., Fujikoshi Y.*, Non-asymptotic results for Cornish–Fisher expansions, J. Math. Sci., 2016, vol. 218, No. 3, 363–368.
3. *Бенинг В.Е., Галиева Н.К., Королев В.Ю.* Асимптотические разложения для функций распределения статистик, построенных по выборкам случайного объема, Информ. и ее примен., 2013, т. 7, № 2, 75–83.
4. *Кристоф Г., Монахов М.М., Ульянов В.В.*, Разложения Чебышева–Эджворта и Корниша–Фишера второго порядка для распределений статистик, построенных по выборкам случайного размера, Зап. научн. сем. ПОМИ, 2017, т. 466, 167–207.
5. *Christoph G., Ulyanov V.V., Bening V.E.*, Second Order Expansions for Sample Median with Random Sample Size, ArXiv 1905.07765, 2019, 1–17.
6. *Марков А.С., Монахов М.М., Ульянов В.В.*, Разложения типа Корниша–Фишера для распределений статистик, построенных по выборкам случайного размера, Информ. и ее примен., 2008, т. 10, № 2, 84–91.
7. *Fujikoshi Y., Ulyanov V.V., Shimizu R.* Multivariate Statistics: High-Dimensional and Large-Sample Approximations. Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley, Hoboken, N.J., 2010.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант 18-11-00132, и в рамках Проекта 5–100