

Дьяконова Е.Е., Ватулин В.А. (Москва, Россия) — Эволюция слабо докритических ветвящихся процессов в случайной среде: размер популяции на начальном этапе.

Пусть $\mathcal{Z} := \{Z_n, n = 0, 1, \dots\}$ – ветвящийся процесс в случайной среде (ВПСС), задаваемой последовательностью случайных независимых одинаково распределенных производящих функций $\{f_n(s), n = 1, 2, \dots\}$ (см. статью [1], где дано детальное описание свойств таких процессов). Обозначим

$$X_n = \log f'_n(1), \quad \eta_n = \frac{f''_n(1)}{(f'_n(1))^2}.$$

ВПСС называется *слабо докритическим*, если $\mathbb{E}[X_1] < 0$ и найдется число $0 < \beta < 1$ такое, что $\mathbb{E}[X_1 e^{\beta X_1}] = 0$.

Теорема 1 Пусть \mathcal{Z} – слабо докритический ВПСС, удовлетворяющий условиям $\mathbb{E}[X_1^2 e^{\beta X_1}] < \infty$ и $\mathbb{E}[(\log^+ \eta_1)^{2+\varepsilon}] < \infty$ для некоторого $\varepsilon > 0$. Если $r = r(n) \rightarrow \infty$ так, что $r = o(n)$, то при $n \rightarrow \infty$

$$\mathcal{L}\left(\frac{1}{\sqrt{r}} \log Z_r \mid Z_n > 0\right) \rightarrow \mathcal{L}(B_1),$$

где $\{B_t, t \geq 0\}$ броуновское движение, рассматриваемое при его неотрицательности при всех $t \geq 0$ (см., статью [2], в которой содержится соответствующее определение).

Этот результат дополняет теорему 1 работы [3], где рассматривался случай $r \sim tn$ для $t \in (0, 1)$. Заметим, что аналог этого утверждения для критических ВПСС был доказан в статье [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kersting G. and Vatutin V. Discrete Time Branching Processes in Random Environment. Wiley-ISTE, 2017.
2. Durrett R. T., Iglehart D. L., Miller D. R. Weak convergence to Brownian meander and Brownian excursion. Ann. Probab., 1977, 5 (1); 117–129.
3. Афанасьев В.И. Функциональная предельная теорема для логарифма умеренно докритического ветвящегося процесса в случайной среде. Дискрет. матем., 1998, 10:3, 131–147.
4. Vatutin V., Dyakonova E. Path to survival for the critical branching processes in a random environment. J. Appl. Probab., 2017, 54:2, 588–602.