Якымив А. Л. (Москва, Россия). **Асимптотика моментов числа циклов случайной A-подстановки**

Зафиксируем произвольное множество A натуральных чисел. Пусть $T_n(A)$ есть совокупность всех перестановок n элементов, длины циклов которых принадлежат множеству A (так называемых A-подстановок). Рассматривается случайная подстановка τ_n, равномерно распределённая на множестве $T_n(A)$. Через ζ_n обозначим число её циклов. Положим $A(n) = A \cap [1, n]$, $l(n) = \sum_{i \in A(n)} 1/i$. Пусть для некоторых $C > 0$, $\lambda \geq 0$, $\varrho \in (0, 1]$ и медленно меняющейся на бесконечности функции $L(n)$

$$\frac{|T_n(A)|}{n!} = Cn^{\varrho-1}(1 + O(n^{-\lambda}L(n)) \quad (n \to \infty).$$

Тогда

$$\mathsf{E}\zeta_n = l(n) - \frac{1}{n}\chi\{n \in N \setminus A\} + \sigma(n) + O(r(n)),$$

при $n \to \infty$, где

$$\sigma(n) = \sum_{m \in A(n-1)} \frac{1}{m} \left(\left(1 - \frac{m}{n}\right)^{\varrho-1} - 1 \right) \to \varrho \int_0^1 \frac{1}{x} \left((1-x)^{\varrho-1} - 1 \right) dx,$$

$$r(n) = \begin{cases} n^{-\lambda} L(n) \ln n, & \text{если } \varrho > \lambda, \\ n^{-\varrho}, & \text{если } \varrho < \lambda, \\ n^{-\lambda} \int_1^n L(x)/x \, dx, & \text{если } \varrho = \lambda. \end{cases}$$

Получены также асимптотические формулы для k-х моментов ζ_n при фиксированных $k > 1$. Приводятся соответствующие примеры множеств A. Отметим, что асимптотические свойства $\mathsf{E}\zeta_n$, $\mathsf{D}\zeta_n$, а также предельные теоремы для ζ_n и для других характеристик случайной подстановки τ_n, были изучены при $A = N$ в фундаментальной работе В.Л. Гончарова [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гончаров В.Л.* Из области комбинаторики. Изв. АН СССР, сер. мат., 1944, т. 8, с. 3–48.

Данная работа выполнена в рамках госзадания МИАН.