Задорожний В. Г. (Воронеж, Россия) **О математическом ожидании решения линейной системы дифференциальных уравнений с тремя случайными коэффициентами.**

Рассматривается задача Коши

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon_1(t)Ax + \varepsilon_2(t)x + \varepsilon_3(t)f(t), \tag{1}$$

$$x(t_0) = x_0, \tag{2}$$

где $t \in \mathbb{R}, T = [t_0, t_1], x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ – искомая векторная функция, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – случайные процессы Лапласа, заданные характеристическими функционалами [1, стр. 30]

$$\varphi_j(u) = \frac{exp(i \int_T \xi_j(s)u(s)ds)}{1 + \int_T \int_T b_j(s_1, s_2)u(s_1)u(s_2)ds_1 ds_2}, j = 1, 2,$$

ε_3 – случайный процесс, A – матрица размера $n \times n, f : T \to \mathbb{R}^n$ – заданная векторная функция, x_0 – случайный вектор. Здесь $\xi_j(s) = M(\varepsilon_j(s))$ – математическое ожидание случайного процесса $\varepsilon_j, b_j(s_1, s_2) = M(\varepsilon_j(s_1)\varepsilon_j(s_2)) - M(\varepsilon_j(s_1))M(\varepsilon_j(s_2))$ – ковариационная функция случайного процесса $\varepsilon_j, i = (-1)^{0,5}, u : T \to \mathbb{R}$ – суммируемая на T функция.

Теорема. Если выполняются условия:

$$\|A\|^2 \int_T \int_T b_1(s_1, s_2)ds_1 ds_2 < 1, \int_T \int_T b_2(s_1, s_2)ds_1 ds_2 < 1,$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, x_0$ – независимы и функции ξ_j, b_j, f непрерывны на T, то

$$M(x(t)) =$$

$$= \exp(A \int_{t_0}^t \xi_1(s)ds) \sum_{k=0}^\infty A^{2k} (\int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_1(s_1, s_2)ds_1 ds_2)^k \frac{\exp(\int_{t_0}^t \xi_2(s)ds M(x_0))}{1 - \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_2(s_1, s_2)ds_1 ds_2} +$$

$$+ \int_{t_0}^t exp(A \int_s^t \xi_1(\tau)d\tau) \sum_{k=0}^\infty A^{2k} (\int_s^t \int_s^t b_1(s_1, s_2)ds_1 ds_2)^k \times$$

$$\times \frac{\exp(\int_s^t \xi_2(\tau)d\tau)}{1 - \int_s^t \int_s^t b_2(s_1, s_2)ds_1 ds_2} M(\varepsilon_3(s))f(s)ds$$

является математическим ожиданием решения задачи (1), (2).

Отметим, что интерес представляет случай, когда $T = [0, \infty)$. При этом система (1) асимптотически устойчива в среднем [2], если

$$\| \exp(A \int_{t_0}^t \xi_1(s)ds) \sum_{k=0}^\infty A^{2k} (\int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_1(s_1, s_2)ds_1 ds_2)^k \| \frac{\exp(\int_{t_0}^t \xi_2(s)ds)}{1 - \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t b_2(s_1, s_2)ds_1 ds_2} \to 0$$

при $t \to \infty$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Задорожний В.Г.* Методы вариационного анализа. - М.-Ижевск, РХД, - 2006.

2. *Zadorozhniy V.G.* Stabilization of linear systems by a multiplicative random noise. Differential equations, 2018, Vol. 54, No. 6, pp. 728-747.