

## Житлухин М.В. (Москва, Россия). Асимптотически оптимальные стратегии в одной модели рынка с конкуренцией

В работе рассматривается многошаговая игровая модель, где несколько игроков (инвесторов) соперничают за распределение прибыли, выплачиваемой несколькими активами. Целью работы является изучение таких стратегий, которые являются оптимальными на бесконечном горизонте времени в том смысле, что они не проигрывают любым другим стратегиям конкурентов. Задачи подобного характера были, по-видимому, впервые рассмотрены в работе [1] для частной модели с дискретным временем, затем они изучались (также для дискретного времени), например, в работах [2, 3] и др. В настоящей работе рассматривается более общая модель, причем как в дискретном, так и в непрерывном времени.

Для простоты в данной аннотации приводится формулировка модели только в дискретном времени. Пусть на некотором фильтрованном вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t=1}^\infty, \mathbb{P})$  заданы  $N$  согласованных неотрицательных последовательностей  $A_t^n$ , представляющих выплаты активов  $n$  в моменты времени  $t$ . Стратегией игрока  $m$  (где  $m = 1, \dots, M$ ) называется последовательность  $\mathcal{F}_{t-1} \otimes \mathcal{B}(\mathbb{R}_+^M)$ -измеримых функций  $l_t^{m,n}(\omega, y): \Omega \times \mathbb{R}_+^M \rightarrow \mathbb{R}_+$ , которые выражают величину капитала, инвестированную этим игроком в актив  $n$  в момент  $t$ ; аргумент  $y \in \mathbb{R}_+^M$  соответствует вектору капитала всех игроков в момент  $t - 1$ . Считается, что игроки выбирают величины  $l_t^{m,n}$  одновременно и независимо друг от друга.

Пусть вектор  $\bar{Y}_0 = (Y_0^1, \dots, Y_0^M)$  с  $Y_0^m > 0$  обозначает заданные величины капитала игроков в начальный момент времени. Тогда, по определению, величины капитала в следующие моменты задаются соотношением

$$Y_t^m = Y_{t-1}^m - \sum_n l_t^{m,n}(\bar{Y}_t) + \sum_n \left( \frac{l_t^{m,n}(\bar{Y}_t)}{\sum_k l_t^{k,n}(\bar{Y}_t)} A_t^n \right). \quad (1)$$

Первая сумма в правой части представляет затраты игрока  $m$  на инвестирование, вторая – прибыль, полученную от выплат активов (выплата каждого актива распределяется между игроками пропорционально их инвестициям в него).

Пусть  $r_t^m = Y_t^m / \sum_k Y_t^k$  обозначает долю капитала игрока  $m$  в общем капитале. Цель работы – найти такую стратегию, что если игрок  $m$  следует ей, то  $\inf_t r_t^m > 0$  п.н. для любых стратегий конкурентов, т.е. доля его капитала все время остается отделенной от нуля.

В работе такая стратегия найдена в явном виде в общей модели с непрерывным временем. Кроме того, показано, что она асимптотически единственна – все другие стратегии, обладающие этим свойством, должны быть близки к ней в некотором асимптотическом смысле.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. Amir, I. V. Evstigneev, K. R. Schenk-Hoppé. Asset market games of survival: a synthesis of evolutionary and dynamic games. *Annals of Finance*, 9(2):121–144, 2013.
2. L. Blume, D. Easley. Evolution and market behavior. *Journal of Economic Theory*, 58(1):9–40, 1992.
3. I. Evstigneev, T. Hens, K. R. Schenk-Hoppé. Evolutionary behavioral finance. In E. Haven et al., *The Handbook of Post Crisis Financial Modelling*, 214–234. Palgrave Macmillan UK, 2016.
4. M. V. Zhitlukhin. Asymptotic distribution of capital in a model of an investment market with competition. *arXiv:1811.12491*.